LE JOURNAL DE PHYSIQUE

ET

LE RADIUM

PHYSIQUE APPLIQUÉE

DÉVIATION DES JETS PAR ADHÉRENCE A UNE PAROI CONVEXE

Par Marcel KADOSCH,
Agrégé de l'Université, Docteur ès Sciences, Ingénieur Civil des Mines.

Résumé. — On compare la déviation d'un jet par écran déflecteur et par adhérence à une paroi convexe, en caractérisant ces écoulements par l'interaction entre la veine quasi-isentropique et les zones adjacentes dissipatives (zone de mélange et couche limite le long de la paroi courbe).
La déviation par écran amplifie le mélange des deux zones ; la déviation par adhérence le minimise de telle sorte que le processus gouvernant le phénomène devient le champ de forces centrifuges lié à la déviation. Théorie et expériences détaillées.

Abstract. — Deflection of a jet by a screen is compared to a jet reattaching along a convex wall (so-called Young-Coanda Effect) in terms of a proposed theory for the interaction between the nearly isentropic stream and adjacent dissipative flows (mixing zone and curved boundary layer).
Screen deflection emphasizes the mixing process ; adherence deflection eliminates mixing to such an extent that the centrifugal field involved by the deflection appears to become the governing process. Both theory and experimentation are presented.

1. **Historique.** — Le phénomène de déviation d'un jet par adhérence à une paroi convexe placée tangentiellement au jet, est bien connu, depuis Young [1], [2] ; il s'agit au début de jets issus de fentes étroites ou d'orifices de faible diamètre (*fig.* 1).

Chilowski observe à nouveau le phénomène dans des expériences sur des projectiles [3], [5]. Étudiant l'effet Chilowski, le colonel Lafay arrive à l'idée de placer la paroi convexe en prolongement de la paroi de la fente d'où sort le jet [3], [5], et utilise l'effet propulseur produit par la déviation du jet pour réaliser un moulinet. Le renforcement de la déviation par grille d'aubes est utilisé sur les freins de bouche [4].

Les expériences sont reprises à partir de 1932 par H. Coanda qui propose une paroi convexe à facettes planes, et de nombreuses applications pratiques de la déviation du jet issu d'une fente étroite [5].

La déviation par adhérence est observée dans différentes structures aéronautiques [6] où elle se produit naturellement ; dans ce cas elle est généralement ressentie comme une gêne, un effet parasite. Elle connaît toutefois un regain d'intérêt par son application à l'hypersustentation par soufflage au bord de fuite combiné avec un volet [7], [8] (Shrouded jet flap).

Une étude mathématique du phénomène a été présentée par L. C. Woods [9] ; nous nous y reporterons en détail dans ce qui suit.

2. **Introduction.** — La production simultanée de la déviation d'un jet par adhérence à une paroi et par un écran intercepteur conjugué présente des propriétés remarquables permettant de s'affranchir de l'effet d'échelle, de dévier un jet de n'importe quelle dimension et d'amplifier les déviations élémentaires produites séparément par la paroi et par l'écran [10] à [15].

Au cours de ses recherches sur l'origine de ce dernier phénomène [13], l'auteur a été conduit à étudier systématiquement la déviation par adhérence, et la déviation par écran ; il s'est proposé de démontrer l'importance considérable du rôle joué par diverses interactions entre le jet et le milieu ambiant. En particulier, ces phénomènes de déviation entrent dans la classe des écoulements carac-

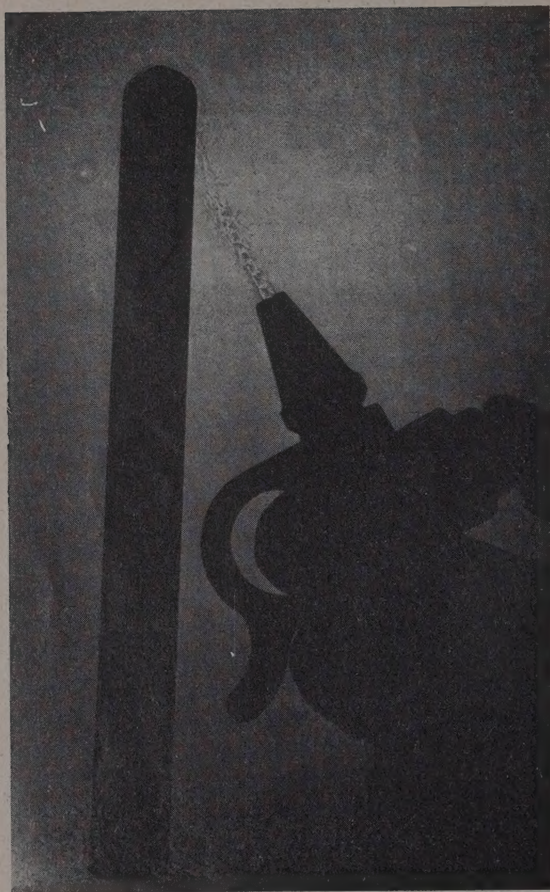


Fig. 1. — Déviation d'un jet autour du bout arrondi d'une éprouvette, équilibrée par le poids de l'éprouvette.

térisés par l'interaction entre une veine presque isentropique et des zones adjacentes d'écoulement dissipatif. Considérant le mélange des deux zones par transfert de quantité de mouvement comme le processus physique déterminant le gradient maximum de pression que l'écoulement peut subir avant décollement, L. Crocco et L. Lees [17] ont proposé une théorie de cette classe d'écoulements.

Cette communication a pour but de montrer que la déviation par écran amplifie le mélange des deux zones ; mais que par contre la déviation par adhérence le minimise au point qu'il devient négligeable; de ce fait, le processus physique gouvernant le phénomène devient alors la présence du champ de forces centrifuges, lié à la déviation du jet. Une théorie semi-empirique de l'action de ce champ est présentée ci-dessous.

3. **Étude descriptive.** — 3-1. Caractères généraux de la déviation par adhérence. — La condition mécanique essentielle d'une déviation est que la quantité de mouvement déviée soit équilibrée par une réaction latérale, qui se présente comme une somme : de surpressions quand on dévie par écran ; de dépressions quand on dévie par adhérence. Mais la différence de base entre ces deux modes est que la géométrie de l'écoulement calculable en fluide parfait suffit à déterminer l'angle de déviation dans le premier mode (par écran) ; dans le mode par adhérence, au contraire, l'angle de déviation, indéterminé en fluide parfait, est fixé par le décollement de la couche limite. Il est donc indispensable de considérer aussi la zone dissipative le long de la paroi.

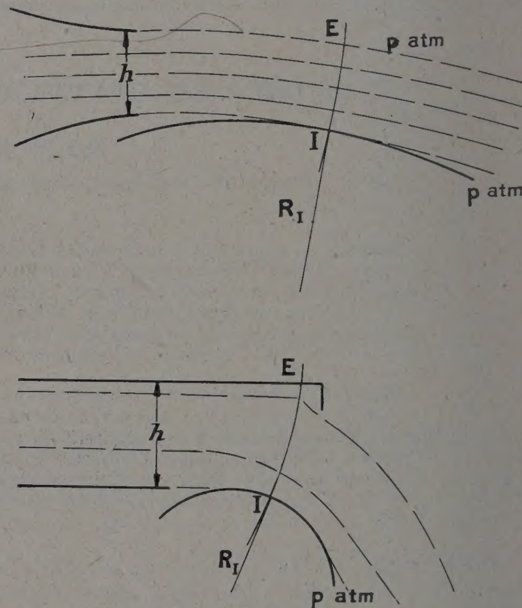


Fig. 2. — Équilibre d'un flux incurvé avec et sans obstacle.

Étudions l'équilibre du flux incurvé (*fig.* 2). La condition d'équilibre transversal de la portion courbe de l'écoulement

$$(1/\rho)\,(\partial p/\partial n) = v^2/R \tag{1}$$

exprime que les forces centrifuges sont équilibrées par un gradient transversal de pression. Supposant l'enthalpie totale constante dans tout le jet :

$$(\mathrm{d}p/\rho) + v\,\mathrm{d}v = 0 \tag{2}$$

on peut intégrer partiellement (1) le long d'une ligne IE normale aux lignes de courant, et on trouve la relation :

$$V_{\mathrm{I}} = V_{\mathrm{E}} \exp \int_I^E \frac{\mathrm{d}n}{R} \tag{3}$$

entre la vitesse d'écoulement le long de la paroi V_I et la vitesse le long de la ligne de jet V_E ; V_I est supérieur à V_E. Parallèlement, la pression à la

paroi p_I est inférieure à la pression atmosphérique p_E Nous supposerons que la ligne IE choisie sur la figure est celle qui passe au point où la pression minimum est atteinte. La vitesse à la paroi V_I est proportionnelle à V_E et croît avec l'intégrale du second membre, qui apparaît au premier abord comme une fonction croissante de h/R_I, en désignant par h la hauteur de veine à dévier.

Cet écoulement du fluide parfait est limité longitudinalement par l'intervention des forces de viscosité ; la portion déviée de cet écoulement se termine à la section du jet qui passe par le point de décollement et dans laquelle on retrouve partout la pression atmosphérique ; le fluide ralenti formant la couche limite le long de la paroi est d'abord accéléré, mais la survitesse s'accompagne d'une dépression qui passe par un maximum, car elle augmente en aval le gradient longitudinal de pression que la couche limite doit remonter ensuite et facilite ainsi le décollement. Donc la déviation sera d'autant plus difficile sur la survitesse nécessaire le long de la paroi sera plus élevée (J. Bertin). Considérant les conditions aux limites, on remarquera que la couche limite est assujettie à remonter globalement une différence de pression longitudinale ($p_E - p_I$) égale à celle qu'on aura réussi à établir transversalement.

3-2. Applications. — *a*) Il en résulte que la déviation obtenue par simple rapprochement d'une paroi ne sera notable que dans des cas très particuliers, soit que V_E soit très faible, soit que la hauteur h à dévier soit très faible, même avec une vitesse très grande, en prenant R_I assez grand ($h/R_I = 0{,}05$) : il ne suffit pas que h/R_I soit faible avec h quelconque, car pour dévier de l'angle α souhaité, il faut que l'écoulement colle sur une longueur $R_I \alpha$ de paroi ; la couche limite croît avec cette longueur $R_I \alpha$; on ne pourra donc pas dépasser une certaine valeur R_I max, ni par suite dévier par ce seul procédé un jet de hauteur supérieure à un certain maximum.

b) Il est manifeste que ces dernières conditions ne se trouvent pas remplies lorsqu'on veut dévier, par exemple, le jet d'un réacteur ; la vitesse V_E est importante ; la hauteur h imposée de jet à dévier est grande. Enfin, le rayon de paroi convexe doit être limité de toutes façons à des valeurs telles qu'on puisse la caréner convenablement. La déviation naturelle est alors très faible, on ne peut pas dévier en rapprochant une paroi courbe, et au contraire il n'y a pas grand inconvénient à laisser cette paroi en place en régime non dévié. Un simple examen de cette formule montre que pour h et R_I donnés, il n'y a pas d'autre moyen de diminuer la survitesse nécessaire à la déviation qu'en modifiant la condition à la limite extérieure E de la normale IE pour y rendre V_E le plus petit possible. A cet effet, on dispose transversalement à l'écoulement un petit obstacle de hauteur suffisante pour créer en amont un champ de pression et un ralentissement de l'écoulement (*fig.* 2). Le fait essentiel pour les applications est que cet obstacle peut être petit et qu'on peut même le remplacer par un jet auxiliaire de fluide de faible débit (2 à 3 % du débit principal) transversal au jet principal : on élimine ainsi totalement l'introduction d'un objet matériel sur le trajet direct.

3-3. Action conjuguée d'un écran et d'une paroi de déviation. — On peut montrer par des expériences simples que la présence d'une paroi convexe permet d'amplifier considérablement la déviation due à l'obstacle seul, et donc que l'effet de la combinaison des deux moyens ; obstacle et paroi courbe, est un phénomène nouveau remarquable.

3-3-1. *Expérience n°* 1. — Pour cette expérience, on a utilisé un venturi-tuyère de révolution monté à l'envers (*fig.* 3) : au voisinage du col règne une dépression qui peut être très grande (surtout en fluide compressible) ; un petit obstacle placé peu après le col sur une partie de la circonférence provoque un déséquilibre de pression et le jet vient instantanément se plaquer sur la partie restante en éventail : la déviation obtenue est très supérieure à celle qu'on aurait obtenue à l'aide du seul bord évasé de tuyère ou du seul obstacle.

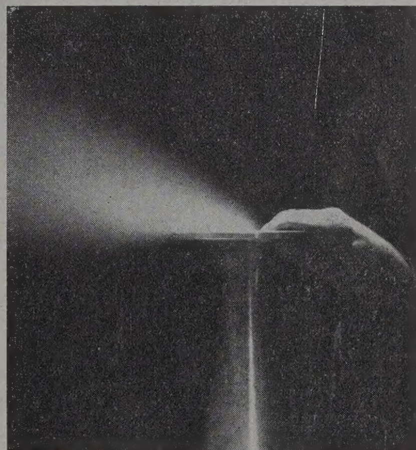


Fig. 3. — Jet dévié par décollement dissymétrique.

3-3-2. *Expériences de J. Bertin.* — Une autre expérience montre également de façon frappante comment l'action dynamique du bord de déviation peut être transformée en action cinématique : la figure 4 montre un venturi rectangulaire dont les parois divergentes sont mobiles autour d'axes situés au voisinage du col de l'écoulement. Sous l'effet des dépressions qui règnent le long de ces parois

mobiles, celles-ci tendent à se rapprocher si on les laisse libres. Si on n'en libère qu'une, maintenant l'autre immobile (cas de la figure), la position d'équilibre correspond à un jet fortement dévié autour de la paroi immobilisée. On notera la fermeture très



Fig. 4. — Jet dévié par le déséquilibre d'un Venturi à paroi mobile.

élevée de la section de tuyère obtenue *sans blocage* puisque la paroi aspirée est libre dans son mouvement horizontal.

Nous ne nous étendrons pas sur l'explication détaillée de ces phénomènes, qu'on trouvera dans les références [11], [12], [13].

3-4-1. Considérons (*fig.* 5) l'équilibre du jet non dévié entre la couche limite intérieure et la zone de mélange extérieure et appliquons un raisonnement classique ([16], t. **1**, p. 85) : lorsqu'on introduit l'obstacle, on perturbe cet équilibre par ralentissement des filets fluides extérieurs dont les particules sont au surplus rapprochées de la paroi de déviation ; une particule extérieure ainsi déportée transitoirement vers une zone où le champ de forces centrifuges est plus intense, alors que sa vitesse propre est insuffisante, n'est pas en équilibre et, sous l'effet du gradient de pression correspondant, elle se rapproche encore davantage de la paroi de déviation ; au contraire, une particule rapide, en aval de l'obstacle, déportée par la turbulence dans la zone de mélange avec l'atmosphère composée de fluide ralenti, s'y trouve soumise à une

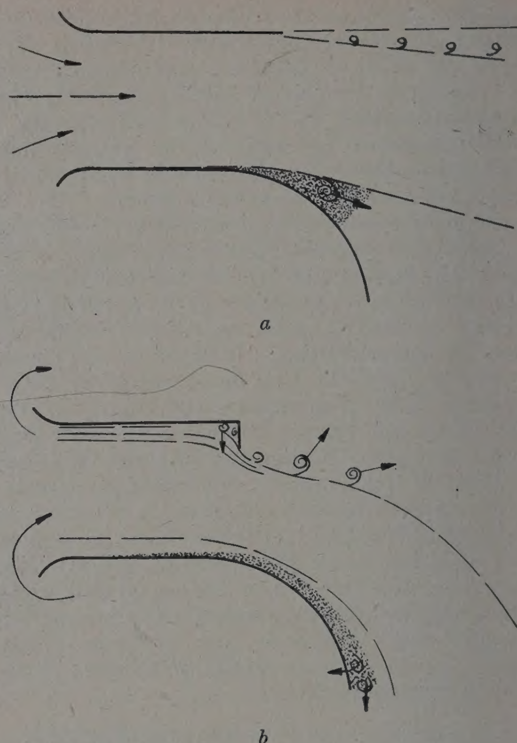


Fig. 5. — Établissement d'une circulation par passage du régime direct au régime dévié par écran.

force centrifuge non équilibrée par un gradient de pression et tend donc à se déporter encore plus loin. La première action décrite a pour action de dévier davantage les filets fluides, les deux ont pour effet d'augmenter la largeur de la zone de mélange extérieure. De plus, cette zone de mélange est instable puisque les échanges de quantité de mouvement entre fluide rapide et fluide lent qui lui donnent naissance ont tendance à augmenter. En résumé, le coefficient de mélange [17] avec le jet est notablement augmenté. La déviation finale résulte de la position d'équilibre prise à la limite intérieure, où les phénomènes sont exactement contraires. Une particule rapide déportée transitoirement par la déviation vers l'intérieur de la couche limite s'y trouve soumise à une force centrifuge non équilibrée par un gradient de pression et s'éloigne donc à nouveau de la paroi de déviation ; de même, une particule ralentie de couche limite déportée dans le fluide rapide, ne possédant pas de force centrifuge suffisante, « retombe » dans la couche limite. Donc l'écoulement a une position d'équilibre stable, ainsi que sa couche limite, et de plus, l'épaisseur de la nouvelle couche limite est plus petite que l'ancienne puisque les échanges de quantités de mouvement entre fluide rapide et fluide lent sont amoindris par la déviation. En conséquence secondaire, le point de

décollement est reporté notablement plus loin en aval, donnant ainsi une mesure de la déviation obtenue, du moins localement.

3-4-2. *Cas d'une déviation par adhérence seulement.*— L'explication physique qui précède permet de rendre compte de la même façon de l'effet d'une paroi de déviation seule : considérons le cas d'un jet de faible hauteur, devant laquelle l'épaisseur de la couche limite ne soit pas négligeable. Le fait de remplacer d'un côté du jet une zone de mélange instable par une couche limite stable et amincie, explique un certain déséquilibre qui peut se traduire par une déviation très importante du jet. En outre comme la hauteur du jet est faible, le champ des pressions occupe presque toute la zone isentropoque. De ce fait, le zone dissipative du côté opposé à la paroi se trouve profondément modifiée [7]. Le champ des dépressions agit comme une répartition de puits le long de la paroi et aspire fortement l'air ambiant, dont l'écoulement est perpendiculaire à la paroi, et même à contre-courant du jet. Les échanges de quantité de mouvement augmentent fortement pour les raisons décrites au § 3-4-1, parmi lesquelles l'aspiration par le champ de dépressions prend la première place.

3-4-3. *Circulation.* — Dans les deux cas, le processus décrit a pour effet d'établir autour du déviateur une circulation finie correspondant à la poussée latérale obtenue.

4. Expériences de déviation combinée par écran et paroi. — 4-1. Résultats expérimentaux. — Les considérations précédentes ont été vérifiées et précisées par des expériences sur des jets issus de bouches d'air comprimé. La tuyère se rapprochait le plus possible du schéma d'écoulement bidimensionnel dont on avait calculé la géométrie, en effectuant les corrections de compressibilité. Comparant les répartitions théoriques et expérimentales de pressions, on en déduit le rôle joué par les phénomènes dissipatifs (viscosité et turbulence) (*fig.* 6).

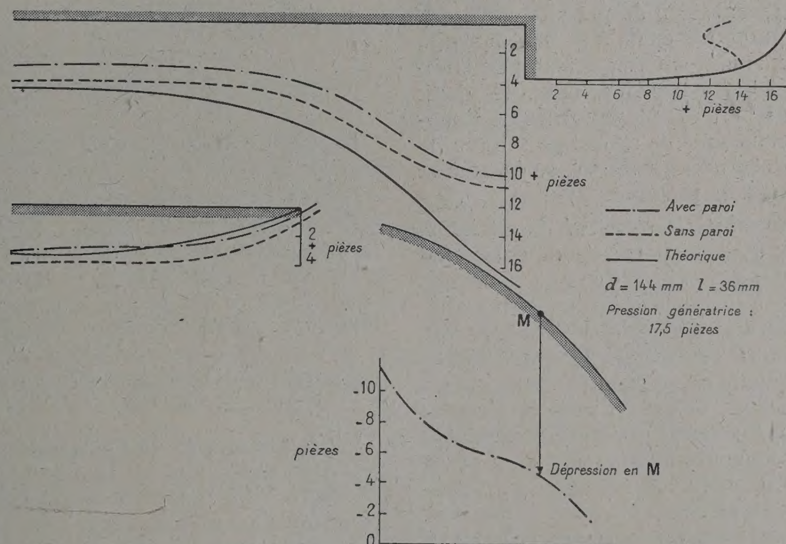


Fig. 6.

a) *Déviation par écran seulement.* — L'efficacité du déviateur de jet subit deux pertes d'importance comparable : décollement de la couche limite et zone de gaz morts côté obstacle ; détente incomplète, même à l'extrémité, côté opposé. Alors que le régime est subsonique, la pression reste supérieure à la pression atmosphérique.

b) *Déviation par écran et paroi convexe adaptée.* — (C'est-à-dire une paroi circulaire placée en grandeur et position sur le cercle de courbure minimum de la ligne de jet.)

La paroi est notablement en dépression ; de plus la pression baisse notablement le long des parois amont de la tuyère qui subit une détente complémentaire. L'anomalie signalée en (*a*) disparaît ; le coefficient de striction (facteur de blocage) de la veine se rapproche de l'unité, c'est-à-dire que le blocage diminue considérablement ; la déviation augmente d'une vingtaine de degrès ; on observe un important entraînement d'air ambiant (du côté de la paroi). En résumé la paroi agit *comme une trompe* sur le jet dévié par l'obstacle ; elle abaisse la pression statique à l'extrémité du canal, action équivalente à une ouverture de tuyère.

c) *Déviation par obstacle et paroi non adaptée.* — Si la paroi est placée de telle manière qu'elle morde sur la ligne de jet théorique (trop rapprochée, ou rayon trop grand) elle se trouve en surpression ; la déviation diminue ; le coefficient de striction diminue (le blocage augmente) ; il y a donc fermeture de tuyère, et remontée de pressions statiques le long des parois de tuyère.

4-2. *Discussion.* — a) *Déviation par obstacle seul.* — Les décollements du côté écran étaient prévisibles. La remontée de pression du côté opposé peut être expliquée comme due à l'interaction de la couche limite et de la zone isentropique *dans* la tuyère. Ce phénomène est l'inverse de la déviation par adhérence.

S'il n'y a pas d'obstacle, la surpression est nulle : il y a même une petite dépression à l'extrémité de la tuyère. L'obstacle dévie les filets fluides isentropiques vers le bas, alors que la couche est astreinte à suivre la paroi plane. Il en résulte une augmentation du coefficient de mélange de la zone isentropique et de la zone dissipative [17], qui a pour effet une augmentation de pression statique. La pression à la paroi est égale à la pression à la frontière des deux zones, sur une même perpendiculaire à la paroi. Cette frontière entre les deux zones a été reportée plus haut par suite de l'augmentation du coefficient de mélange ; donc le niveau de pression statique est relevé, eu égard à la direction du gradient de pression.

b) *Déviation par obstacle et paroi de déviation adaptée.* — Le long de la paroi de déviation, le phénomène est complètement différent ; la couche limite est astreinte à suivre la courbure de la paroi, donc elle est soumise au champ des pressions qui équilibrent les forces centrifuges (qui n'agissent pas sur elle puisqu'elle est composée de fluide ralenti) : le raisonnement du § 3-4-1 peut être reproduit ici, à la condition que le champ des pressions qui diminuent les échanges de quantité de mouvement s'établisse réellement : ce qui exige une position correcte de la paroi.

c) Si au contraire, la paroi mord sur la ligne de jet, le raisonnement n'est pas valable, et on est ramené au cas (*a*) précédent : il se produit des surpressions et un décollement prématuré de la couche limite.

5. **Expériences de déviation par adhérence pure.** — 5-1. — La déviation obtenue la seule adhérence à une paroi a été étudiée systématiquement, en vue de déterminer quantitativement ses caractéristiques et ses limites. C'est un exemple typique d'interaction d'un écoulement isentropique et d'un écoulement dissipatif adjacent, puisque la paroi ne peut agir sur le jet qu'au travers de la couche limite. D'après ce qui précède, le rôle essentiel sera joué, non par le coefficient de mélange, mais par le champ des pressions, donc d'après l'équation (3) par la courbure relative h/r de paroi, paramètre dont dépend principalement la différence transversale de pression $(p_E - p_I)$ égale à la différence de pression longitudinale que la couche limite est astreinte à remonter.

La plupart de nos expériences ont porté sur la configuration obtenue en prolongeant une paroi de la tuyère rectangulaire par une paroi en arc de cercle de 90 degrés sans solution de continuité.

5-2. Description des essais (*fig.* 7). Notations.

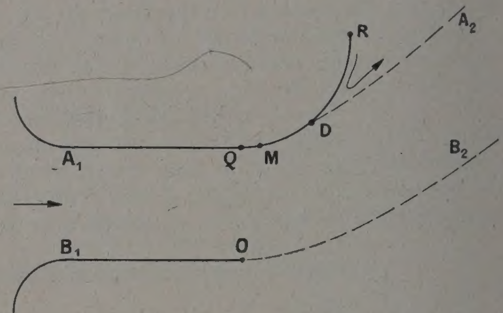


Fig. 7.

La tuyère expérimentale rectangulaire de hauteur h, largeur L, comporte un canal droit de longueur L' prolongé sur une des parois par un quart de cercle QR de rayon r. Le jet est limité par des panneaux latéraux sur deux faces ; il est libre à partir de O sur la 3e face, et à partir du point de décollement D sur la face qui porte la « paroi de déviation ». Prenant O comme origine, on peut définir des axes Ox, parallèle à OB_1 et Oy perpendiculaire. La réaction latérale est dirigée suivant Oy et la traînée suivant Ox.

5-2-1. On mesure la déviation par l'arc QD. La déviation maximum est limitée par construction à 90 degrés. On pourrait facilement obtenir une déviation plus grande, mais cette limitation artificielle fait apparaître des phénomènes intéressants comme on le verra ci-après. On mesure les pressions le long des parois ; elles sont inférieures à la pression atmosphérique, la dépression passant par un maximum en un point M du bord de déviation. Les dépressions mesurées sont très diminuées, ainsi que la déviation, si le jet n'est pas limité par des panneaux latéraux. L'alimentation par l'atmosphère de la zone RDA_2 est donc ici un phénomène parasite, qu'on a évité dans cette étude expérimentale.

On fait varier toutes les dimensions géométriques, et, dans une certaine mesure, le nombre de Mach du jet.

La technique des mesures n'appelle aucune remarque particulière. On appelle :

P_0 la pression totale génératrice ;
p la pression en un point courant de la paroi de déviation ;

p_a la pression atmosphérique ;
w la vitesse au point courant ;
w_a la vitesse à l'infini aval, ou par détente à la pression atmosphérique ;
D le débit-masse de la tuyère.

5-2-2. Pour la représentation des résultats, outre les arcs de cercle γ_M et γ_D, on définit le coefficient de poussée local :

$$K = \frac{p_a - p}{P_0 - p_a} = \frac{w^2 - w_a^2}{w_a^2}. \quad (4)$$

Presque tous les essais ont été effectuées à $M = 0{,}48$; les corrections de compressibilité ne dépassant pas 2 %, nous pouvons interpréter les résultats en supposant le fluide incompressible.

K passe par un maximum K_M en M : il n'est jamais nul, même le long de RD, en raison de l'existence d'un courant de retour RDA_2 qui produit une petite dépression en aval de D.

La poussée latérale est donnée par l'intégrale des pressions Y (résultante verticale).

Rapportée a la pression dynamique elle permet de définir le coefficient latéral moyen : K_p ; c'est un *coefficient de portance.* On peut également rapporter la poussée latérale à la poussée globale : Dw_a, définissant un coefficient K_y de poussée latérale. Les deux coefficients sont liés en fluide incompressible par la relation :

$$(L^1 + r)\, K_p = 2\varepsilon\, h K_y \# 2hK_y$$

(l'effet de striction est négligeable en l'absence d'obstacle).

5-2-3. — Les variables mesurées ou déduites des mesures sont donc :

γ_M ; γ_D ; $K(x)$ sur chaque paroi ; K_M ; K_p ; K_y.

Les paramètres dont on a cherché à déterminer le rôle sont :

r : 10 60 80 120 160 200. 240. 280. 480. 640. 2 000 mm.
h : 10 20 30 40 60 80 120 160 200. 240. 280 mm.
L : 120 mm et 54 mm.
L^1 : 0 100 200 et 300 mm.
M : de 0 45 à 0.75.

5-3. Théorie semi-empirique, pour un critère d'adhérence.

5-3-1. — D'après l'analyse faite au § 3 (établissement d'une circulation) on peut donner une description élémentaire de l'influence du bord de déviation sur le jet en profondeur, qui correspond assez bien aux phénomènes observés : l'influence est nulle si le jet sort droit parallèlement à Ox ; elle serait complète si les lignes de courant devenaient des portions de cercles concentriques à QR. Imaginons donc que dans le cas intermédiaires les lignes de courant puissent être assimilées à un faisceau de cercles (*fig.* 8*a*), du moins dans la zone

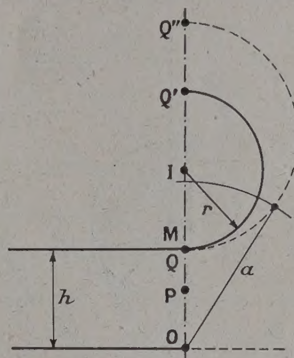


FIG. 8*a* (1re phase).

très voisine de la sortie QO, car le point M reste très voisin de Q : supposant M et Q confondus, nous trouverons par cette théorie locale une expression de K_M.

5-3-2. 1er *cas.* — Le faisceau va de la droite Ox au cercle de diamètre :

$$QQ'' = 2\lambda r$$

en désignant par λr le rayon de courbure juste à l'extérieur de la couche limite. Soit a^2 la puissance du faisceau :

$$a^2 = h(h + 2\lambda r) = OQ.OQ''.$$

En un point P quelconque de OQ ($OP = y$), le rayon de courbure est tel que :

$$2R = (a^2/y) - y.$$

L'intégrale formule (3) donne alors :

$$w_Q = w_a[1 + (h/2\lambda r)] = w_M. \quad (5)$$

Lorsque λ varie de l'infini (influence nulle) à 1 (couche limite nulle) par exemple par une augmentation progressive du rayon r, w_M varie de w_a à $w_a (1 + h/2r)$: dans cette première phase, l'effet du bord de déviation se réduit à l'accélération de la couche limite, mais ne se traduit pas par une déviation globale de l'écoulement.

5-3-3. 2e *cas.* — En dessous d'une certaine courbure relative, la couche limite est suffisamment réaccélérée (λ voisin de 1) pour qu'une augmentation nouvelle de r (ou une diminution de h) commence à avoir pour effet un recollement progressif de l'écoulement sur une certaine longueur de paroi (M reste voisin de Q, mais D se déplace vers l'aval). Dans ce cas il existe une déviation réelle, que nous traduirons par la considération d'un faisceau de cercles limité du côté extérieur

par une ligne de jet de rayon fini r', et du côté intérieur par le cercle QQ' de rayon r.

Soit A (*fig.* 8*b*) le centre du faisceau que nous

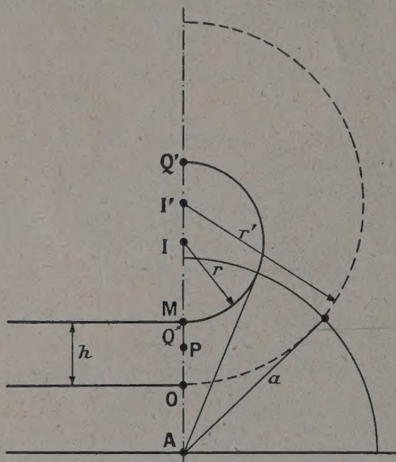


FIG. 8*b* (2e phase).

prenons comme origine, en posant : $AO = y_0$; $QS = y_1$; $AP = y$; $y_0 - y_1 = h$.

Au point P le rayon de courbure est encore donné par :

$$2R = (a^2/y) - y.$$

Le calcul donne alors sans difficulté pour la survitesse maximum :

$$w_Q = w_a . \frac{r'}{r} \frac{2r + h}{2r' - h} = w_M.$$

Les cas extrêmes à considérer sont : r' infini : on retrouve la formule précédente pour $\lambda = 1$; $r' = r + h$ (écoulement giratoire) ; dans ce cas :

$$w_M = w_a(1 + h/r). \qquad (5')$$

5-3-4. — Ces calculs conduisent à mettre sous la forme suivante, la relation entre la survitesse maximum et la courbure relative :

$$(w_M - w_a)/w_a = \alpha h/r = \alpha c = (1 + K_M)^{1/2} - 1. \qquad (6)$$

Le coefficient α caractérise le type d'adhérence obtenu : s'il est compris entre 0 et 0,5, l'influence du bord de déviation reste locale et intéresse d'abord la couche limite ; s'il est compris entre 0,5 et 1, on peut constater un recollement et une déviation globale du jet, l'évolution progressive vers l'écoulement giratoire marquant l'apparition d'une circulation (cf. § 3).

5-3-5. — Soit c_0 la valeur de h/r pour laquelle $\alpha = 1/2$; une expression de α dans le 2e cas, où la variation de c n'agit plus sur la couche limite, peut être déduite de considérations de similitude.

On trouve [13], facilement, pour $c < c_0$:

$$\frac{w_M}{w_a} = 1 + \alpha c = \frac{c_0^2(c+1)(c+2)}{c^3 + c_0^2 c + 2c^2}.$$

5-3-6. — Dans le premier cas, la survitesse dépend de considérations sur la couche limite ; cependant le raisonnement du § 5-3-2 suppose implicitement l'existence locale d'une loi de similitude, c'est-à-dire que le rapport λ des rayons de courbure ne dépend pas de h et r séparément mais seulement de c ; en outre l'angle γ_D avant décollement (en supposant toujours M et Q confondus) ne varie pas beaucoup pendant cette phase. Il est déterminé par le degré de divergence que la section est susceptible de supporter avant décollement, soit : $\lambda \dfrac{r}{h}(1 - \cos \gamma_d)$; cette variation de section est égale à :

$$(w_0 - w_a)/w_a$$

en désignant par w_0 la vitesse moyenne dans la section OQ. Cette dernière variation est elle-même une fraction de la survitesse : $(w_M/w_a) - 1$.

On peut donc écrire γ_D étant petit :

$$(\lambda r/h)(\gamma_D^2/2) = k^2 h/2\lambda r.$$

D'où une loi de la forme : $\lambda = kc/\gamma_D$ pour $c > c_0$ et par suite : $w_M = w_a[1 + (\gamma_D/k)]$ ne dépendra pas de c dans cette phase.

5-4. — Résultats d'essais.

5-4-1. — L'allure générale des phénomènes est bien celle qui a servi de base au calcul précédent : les paramètres les plus intéressants sont h et r. La répartition des pressions se déforme en fonction de c comme l'indique la figure 9 (r constant, h variable) : a) *Courbure élevée :* Forte dépression atteignant son maximum en M très près de Q, et par suite fort gradient de pression au delà de M, donc décollement en D très près de M ; faible variation de cette courbure en fonction de h. b) *Courbure modérée :* A partir d'un certain seuil quand h diminue, la courbe des pressions s'évase, le point D se déplaçant vers l'aval progressivement. Le maximum reste élevé, mais la forte dépression se maintient sur un arc croissant. Le point M se déplace aussi vers l'aval, mais la dépression atteint presque son maximum très près de Q. c) *Courbure faible :* Lorsque la déviation maximum (90 degrés) a été atteinte, une nouvelle diminution de h ne fait que diminuer les dépressions sans améliorer l'adhérence qui est déjà très près de l'optimum (écoulement giratoire).

5-4-2. *Variations de la dépression maximum* (coefficient K_M). — Nous nous reportons à la définition du critère d'adhérence :

$$\alpha c = (1 + K_M)^{1/2} - 1 = \text{survitesse}.$$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Si } c > c_0 : & \alpha c = \text{constante} = 0{,}5\, c_0 \\ \text{Si } c < c_0 : & \alpha c = c\,\dfrac{c_0^2(c+2) - c^2}{c_0^2(c+2) + c^3} \end{array}\right\}. \qquad (7)$$

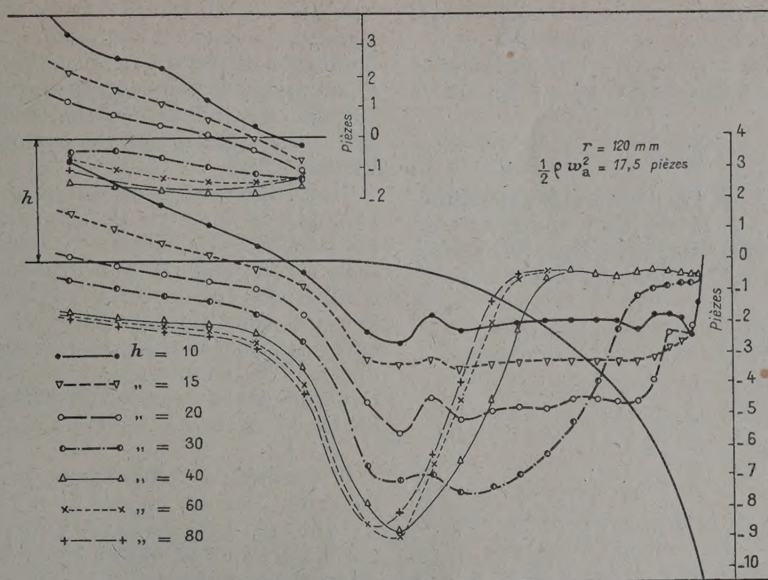


Fig. 9.

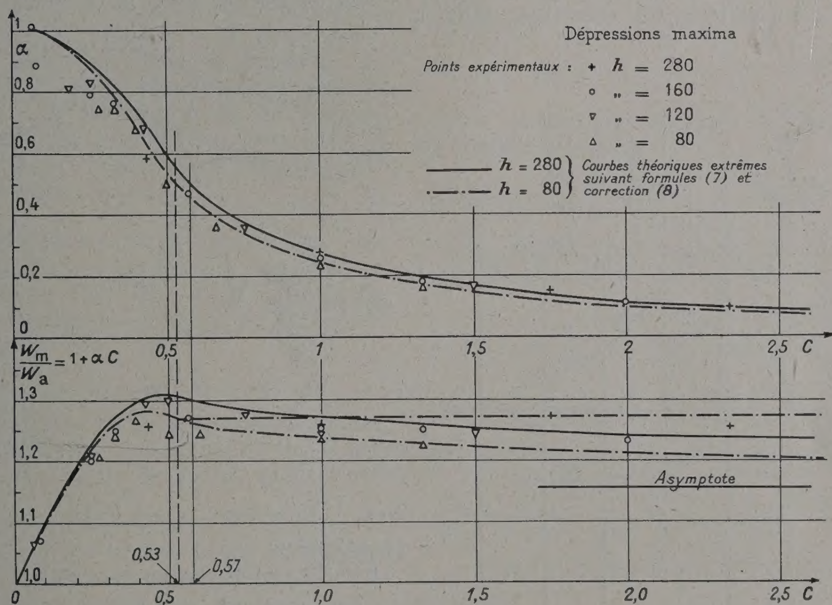


Fig. 10. — Dépressions maxima.

Points expérimentaux : × h = 280
» ⨀ = 160
» ∇ = 120
» Δ = 80.

Courbes théoriques extrêmes suivant formule (7) et correction (8) { ——— h = 280. —·— h = 80.

Cette courbe passe par un maximum pour $c = c_1$.

Pour déterminer c_0, on trace la courbe expérimentale $\alpha(c)$ et on cherche la valeur de c pour laquelle : $\alpha = 0{,}5$. La figure 10 montre que pour $c < c_0$, l'expression théorique donne une représentation très honnête des résultats, si l'on tient

compte de la fragilité des hypothèses de similitude ; c_0 a les valeurs indiquées sur cette figure.

Pour $c > c_0$ la survitesse n'est pas constante mais décroît lentement, suivant une loi de la forme :

$$\alpha = Kc^{-K'} ; \quad \alpha c = Kc^{1-K'} ; \quad 0\,5 = Kc_0^{-K'}. \qquad (8)$$

Les coefficients K, K', c_0 déterminés expérimentalement et liés par la relation ci-dessus sont influencés par les différents paramètres : h, r, M, L et L'. Seul L' semble avoir une importance appréciable.

Dans la mesure où les couches limites jouent un rôle secondaire (valeurs raisonnables de L et L'), on peut admettre :

$$K = 0\,255 \ (\pm 6\ \%)$$
$$K' = 1.16 \ (\pm 4\ \%)$$
$$c_0 = 0\,56 \ (\pm 4\ \%).$$

5-4-3. *Variation de la dépression moyenne et de la poussée latérale.* — La figure 11 montre la variation de K_p en fonction de c, très analogue à celle d'un Cz de profil en fonction de l'incidence, ou mieux du Cz d'un cylindre tournant en fonction de la survitesse périphérique de rotation (effet Magnus : [18]).

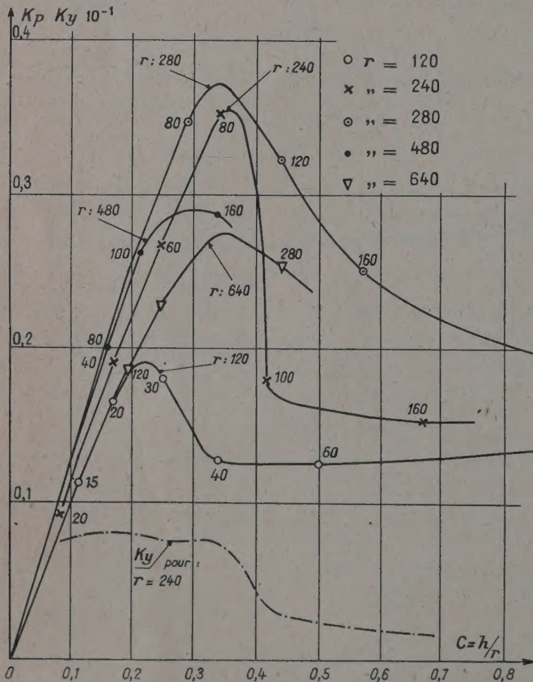


Fig. 11.
r = 120 ○
r = 240 ×
r = 280 ⊙
r = 480 ●
r = 640 ▼

L'effet d'adhérence correspond à la partie linéaire, le long de laquelle la déviation est de 90 degrés. Il passe par un maximum en fonction de r, ainsi que le pourcentage de poussée latérale K_y : cet effet dépend de l'échelle, et diminue quand r est trop grand (développement de couche limite : § 3).

Il est intéressant de noter la variation de K_y (*fig.* 11) en fonction de h/r ; le pourcentage de poussée latérale relativement faible pour une courbure élevée, augmente brusquement quand l'effet d'adhérence commence à se produire, puis reste à peu près constant ; en raison de l'étroite relation entre ce coefficient K_y, la déviation γ_D, et la production de circulation, c'est une confirmation remarquable de l'analyse donnée au § 3 sur laquelle est fondée la théorie semi-empiriques § 5-3.

6. **Théorie de l'effet Young.** — Le calcul de la déflexion d'un jet autour d'un cylindre circulaire a été fait par L. C. Woods [9]. Comme la forme de la paroi est imposée, on est conduit à une équation intégrale en w ; on calcule une expression approchée en remplaçant w sous le signe intégrale par sa valeur moyenne, notée $\overline{w}$, le long de l'arc d'adhé-

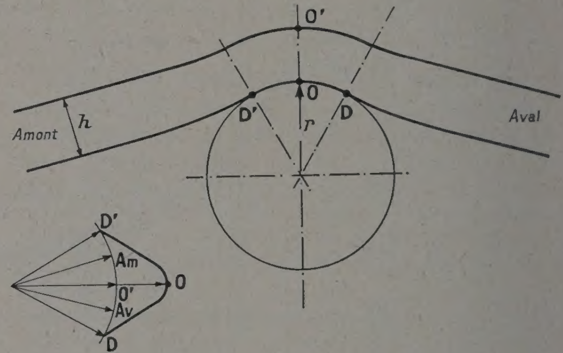


Fig. 12.

rence D'OD de longueur 2γ (*fig.* 12). On admet en outre le long de cet arc que :

$$\gamma\varphi = \theta\varphi_D ; \quad \varphi = \overline{w} r\,\theta ; \quad \varphi_D = \overline{w} r\,\gamma.$$

en désignant par

θ l'angle de la vitesse avec Ox ;

φ le potentiel au point P tel que $\widehat{OP} = r\theta$.

Si l'on pose :

$$\sigma = \frac{\pi}{2}\frac{\overline{w}}{w_a}\frac{r\gamma}{h}. \qquad (9)$$

La vitesse au point P est donnée par :

$$\log\frac{w}{w_a} = \frac{\gamma}{\sigma}\,\text{Arc tg}\left\{\text{sh}^2\sigma - \text{ch}^2\sigma\ \text{th}^2\sigma(\theta/\gamma)\right\}^{1/2}. \qquad (10)$$

6-1. Comparaison des gradients de pression longitudinal et transversal. — La courbe w/w_0

ou K en fonction de θ a des tangentes verticales pour $\theta = \pm \gamma$ (*fig.* 13) en raison des singularités du type $(\theta \pm \gamma)^{1/2}$ dans le gradient de pression Cette propriété très importante serait une source de difficultés dans un calcul de couche limite ; mais comme elle permet de rendre compte de l'allure de l'écoulement, il faut lui attribuer une signification

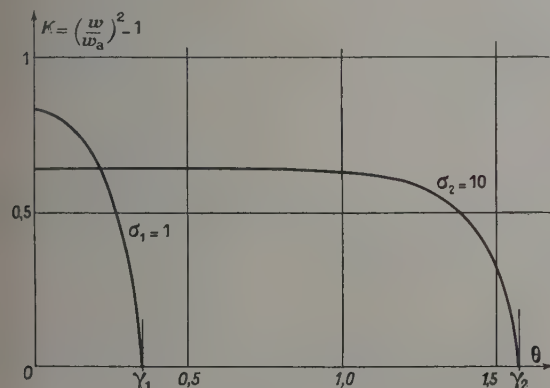


FIG. 13.

physique : les singularités résultent de l'égalité des différences de pression entre O et D d'une part, O et O' d'autre part, sans qu'il soit nécessaire de faire intervenir la couche limite : dans le plan de l'hodographe, D et D' sont des points de rebroussement. Le rapport des gradients moyens de pression correspondants est directement proportionnel à σ ; d'où la discussion qui suit :

6-2-. GRADIENT TRANSVERSAL FAIBLE PAR RAPPORT AU GRADIENT LONGITUDINAL ; σ PETIT. — C'est le cas du § 5-3-2. Pour fixer les idées calculons un maximum de σ d'après la figure 9 : $r = 120$; $h = 60$; $\overline{w} \# 1,1\, w_a$

$$\gamma = \gamma_D - \gamma_M = 0\ 35 \qquad \sigma = 1\ 2.$$

Pour $\sigma < 2$, l'expression de la vitesse maximum est peu différente de :

$$w_0 = w_a\, e^{\gamma}.$$

Elle est indépendante de h et r, et même de $\overline{w}$ (cf. § 5-3-6). Les écarts constatés avec les résultats d'expériences (§ 5-4-2) sont donc imputables à la seule viscosité. La valeur de γ n'étant pas négligeable et fixant l'intervalle d'abscisse entre les tangentes verticales, la courbe $K(\theta)$ a bien l'allure pointue de la figure 9.

6-3. GRADIENT LONGITUDINAL FAIBLE PAR RAPPORT AU GRADIENT TRANSVERSAL : σ GRAND. — C'est le cas du § 5-3-3 où la circulation apparaît, ainsi que l'effet Young. Calculons un ordre de grandeur minimum d'après la figure 9 :

$$r = 120 \qquad h = 30 \qquad \gamma = \pi/2 \qquad \sigma > 10.$$

L'expression de la survitesse maximum est donc très peu différente de :

$$\log \frac{w_0}{w_a} = \frac{\pi}{2}\frac{\gamma}{\sigma} = \frac{w_a}{\overline{w}}\frac{h}{r} \# \frac{w_a}{w_0}\frac{h}{r}$$

$\overline{w}$ est voisin de w_0, et w_0 diminue parce que l'intervalle d'abscisse entre les tangentes verticales s'allonge tandis que $\log w_0/w_a$ reste inférieure à h/r.

La courbe des pressions a donc nécessairement l'allure aplatie, à forts gradients aux extrémités, notée sur la figure 9. On trouve entre c et le critère d'adhérence α la relation (c petit) :

$$(1 + \alpha c) \log (1 + \alpha c) = c.$$

6-6. EXPRESSION DU GRADIENT LONGITUDINAL. — Si l'on se fixe l'angle γ, l'écoulement correspondant sera nécessairement décollé en D par le gradient local infini. Pour savoir dans quelle mesure le développement de la couche limite peut intervenir autrement, il faut considérer le gradient de pression *en amont* de D, par exemple au voisinage de O. Ce gradient a pour expression :

$$- w \frac{dw}{r\, d\theta} = + \left(\frac{w_a^2}{r}\right) \exp \left(2 \frac{\gamma}{\sigma} u\right) \operatorname{tg} \sigma \frac{\theta}{\gamma} \operatorname{cotg} u \qquad (11)$$

en posant :

$$\operatorname{tg}^2 u = \left(\operatorname{sh}^2 \sigma - \operatorname{ch}^2 \sigma \operatorname{tg}^2 \sigma \frac{\theta}{\gamma}\right)$$

a) σ_1 petit : Au voisinage de O, le gradient a pour expression approchée :

$$- w \frac{dw}{r\, d\theta} = g_1 = + \frac{w_a^2}{r} \exp\left(2 \frac{\gamma_1}{\sigma} u\right) \frac{\theta}{\gamma_1} \# + \frac{w_a^2}{r} \frac{\theta}{\gamma_1} e^{2\gamma_1}$$

b) σ_2 grand : Au voisinage de O, l'expression approchée devient

$$- w \frac{dw}{r\, d\theta} = g_2 = \frac{w_a^2}{r} \exp\left(\pi \frac{\gamma_2}{\sigma_2}\right) \frac{\operatorname{th} \sigma_2 \frac{\theta}{\gamma_2}}{\operatorname{sh} \sigma_2}.$$

Pour une même valeur de $\frac{\theta}{\gamma}$, le rapport de ces deux gradients est très grand, de l'ordre de :

$$(g_1/g_2) = \operatorname{sh} \sigma_2 \exp\left(2\gamma_1 - (\pi/\sigma_2)\, \gamma_2\right). \qquad (12)$$

Par exemple, pour :

$$\gamma_1 = 0{,}35 \quad \gamma_2 = 1{,}57 \quad \sigma_2 = 10,$$

on trouve :

$$g_1 = 13\ 000\ g_2.$$

Le gradient g_2 est donc négligeable à cause de la valeur élevée de σ_2 : pour la couche limite, tout se passe comme si le jet était droit et la paroi plane ; les longueurs parcourues avant décollement peuvent être grandes ; c'est en cela que consiste le phénomène d'adhérence.

6-5. CONCLUSION. — L'interaction d'un jet et d'une paroi courbe peut se présenter sous plusieurs

aspects, en fonction des facteurs caractéristiques :

$$c = \frac{h}{r} \quad \text{et} \quad \sigma = \frac{\pi}{2} \frac{\overline{w}}{w_a} \frac{\gamma}{c}.$$

La couche limite le long de la paroi doit remonter un gradient de pression qui se présente principalement comme une fonction exponentielle de (— σ) au point P divisant l'arc OD dans un rapport donné.

a) *Écoulement décollé.* — Au-dessus d'une première valeur critique $c = c_1$, le gradient de pression est élevé et pratiquement indépendant de c. L'interaction reste locale, et l'arc d'adhérence reste faible et à peu près constant. On peut admettre : γ_1 # 20 degrés # 0,35 radian. Parallèlement, σ est inférieur à une première valeur critique σ_1 de l'ordre de l'unité : c_1 est l'homologue du rapport c_0 défini au § 5-3-2.

b) *Zone intermédiaire.* — En dessous de c_1, la couche limite peut remonter en partie le gradient de pression ; γ augmentant lorsque c diminue, σ augmente rapidement ; le gradient de pression diminue en fonction exponentielle de σ, d'où augmentation accélérée de γ. Il y a donc évolution très rapide du régime (*a*) vers le régime (c) très différent.

c) *Effet Young.* — Il est caractérisé par l'annihilation du gradient de pression le long d'un grand arc de paroi courbe, lorsque *c* devient inférieur à un deuxième rapport critique c_2, auquel correspond une valeur pseudo-critique σ_2. Toutefois, l'existence de ces valeurs pseudo-critiques est liée à celle d'un maximum par construction de l'angle γ. Pour $\gamma_2 = 90$ degrés, σ_2 est de l'ordre de 10.

d) *Effet d'échelle.* — Les valeurs numériques données ci-dessus correspondent aux conditions de vitesse des expériences ($M = 0{,}48$). Lorsqu'on augmente la vitesse, toutes choses égales par ailleurs, le point de décollement remonte vers l'amont ; il faut diminuer *h* pour retrouver l'effet Young, les survitesses relatives diminuant en conséquence (§ 5-4-2-2), cependant que σ_2 augmente. Le sens de la variation de σ_1 est moins certain. L'effet Young dépend donc du nombre de Reynolds : $w_a\, r\, \gamma \nu^{-1}$, suivant une loi qu'il serait intéressant de déterminer.

L'exploration que nous avons pu faire est incomplète et ne couvre pas les vitesses usuelles à l'échappement des moteurs à réaction. L'action conjuguée d'un écran et d'une paroi de déviation (§ 3) peut être expliquée très clairement par cette description finale [13].

Manuscrit reçu le 7 janvier 1958.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Young (T.), Outlines of Experiments and Inquiries Respecting Sound and Light (16 janvier 1800). Cité par J. L. Pritchard, The Dawn of Aerodynamics. *Journal of the Royal Aeronautical Society*, mars 1957.
[2] Bouasse (H.), Tourbillons (Delagrave), 1931, 341-347.
[3] Lafay (A.), Contribution à l'étude de l'effet Chilowsky. *Mémorial de l'Artillerie française*, 1929, **VIII**, 385-392.
[4] Ravelli (E.), Étude pour la théorie du frein de bouche. *Mémorial de l'Artillerie française*, 1930, **IX**, 488-500 ; et *Rivista di Artigliera e Genio*, nov.-déc. 1928 janvier 1929.
[5] Metral (A.) et Zerner (F.), L'effet Coanda. *Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air*, 1948, n° **218**, 1 à 5.
[6] Squire (H. B.), Harper (D. S.), Karassy (J.) et Chester (W.), Wind Tunnel tests of oblique jets units. R. A. E. Report Aero 2007 ; A. R. C. 8449— I. C. E. 1679 — Ae 2723 (Confidentiel).
[7] Black (J.), A note on the mixing process in the flow induced by a high velocity air jet. *Journal of the Royal Aeronautical Society* September 1957 631-633.
[8] Stratford (B. S.) Early Thoughts on the jet flaps. Mixing and the jet flap. A further discussion on mixing and the jet flap. *The Aeronautical Quartely*, février, mai, août 1956, **VII**.
[9] Woods (L. C.), Compressible Subsonic flow in two-dimensional Channels with mixed boudary conditions. *The Quarterly Journal of Mechanics and applied Mathematics*, september 1954, **VII**, 263.
[10] Marchal (R.), Bertin (J.), Kadosch (M.) et Paris (F.), Mécanisme de la déviation des jets propulsifs. *C. R. Acad. Sci.*, 16 mai 1955, **240**, 1966-1967.
[11] Kadosch (M.), Contribution au freinage des avions à réaction par déviation du jet propulsif. *Bulletin de la Société française des Mécaniciens*, 1955, n° **16**.
[12] Kadosch (M.), Action d'un jet transversal à un écoulement. *Bulletin de la Société française des Mécaniciens*, 1955, n° **18**.
[13] Kadosch (M.), Mécanisme de la déviation des jets propulsifs. *Thèse de Doctorat*, Paris, 5 janvier 1957. *Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air* (en préparation).
[14] Bertin (J.), Maunoury (F.) et Kadosch (M.), L'inverseur de poussée. S. N. E. C. M. A. *Shell-aviation News*, n° **205**.
[15] Bertin (J.) et Kadosch (M.), Principes et applications de la striction axiale et directionnelle. *Bulletin de la Société française des Mécaniciens*, 1958, n° **24**.
[16] Goldstein (S.), Modern Developments in Fluid Dynamics, 1938.
[17] Crocco (L.) et Lees (L.), A mixing theory for the interaction between dissipative flows and nearly isentropic streams. *Journal of the Aeronautical Sciences*, October 1952, **XIX**, 649-676.
[18] Rebuffet, Aérodynamique expérimentale, p. 289.

ÉTUDE DES SELS FONDUS PAR DIFFRACTION DES RAYONS X AUX TEMPÉRATURES ÉLEVÉES (*Suite*)

II. STRUCTURE A L'ÉTAT LIQUIDE DES CHLORURES LiCl, NaCl, KCl, $BaCl_2$ ET DU FLUORURE CaF_2.

CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES SUR LA STRUCTURE DES HALOGÉNURES FONDUS

Par JERZY ZARZYCKI,
Centre de Recherches des Glaceries de Saint-Gobain (France).

Résumé. — L'analyse des courbes de distribution radiale déduites des spectres de diffraction X des sels fondus au moyen de la transformée radiale de Fourier confirme les résultats déjà obtenus pour les fluorures alcalins : à l'état liquide il y a conservation de l'ordre à courte distance du cristal mais *décroissance* simultanée du nombre de coordination principal. Ceci prouve la structure *lacunaire* des halogénures fondus. On montre que ces lacunes constituent en réalité des « fissures fluctuantes » entre des amas ioniques ou « îlots » formés en moyenne par 1-2 couches d'ions entourant un ion central donné.

Abstract. — The analysis of the radial distribution curves deduced by Fourier transform from the X-ray diffraction spectra of molten salts confirms the results already obtained for alkali fluorides : in the liquid state the low-range order of the crystal is conserved but the first coordination number is much *lower*. This proves the *lacunar* structure of molten halides. It is shown that the holes are actually " fluctuating cracks " between ionic clusters grouping 1-2 ionic shells around a central ion.

I. **Introduction.** — Dans les articles précédents [1], [2] nous avons étudié la structure à l'état liquide des fluorures alcalins LiF, NaF et KF. Comme suite de ces travaux, nous allons présenter maintenant l'étude de quelques autres halogénures alcalins et alcalinoterreux fondus, notamment celle des chlorures LiCl, NaCl, KCl et $BaCl_2$ ainsi que celle du fluorure CaF_2.

L'étude des chlorures LiCl et KCl liquides a été déjà tentée par Lark-Horowitz et Miller [3], [4]. Ces travaux se situant avant la mise au point de la méthode générale d'interprétation utilisant l'inversion de Fourier dans le cas des corps amorphes *hétéroatomiques*, les auteurs cités ont dû introduire dans leurs calculs certaines simplifications importantes concernant les facteurs de structure ($f_{Li^+} \equiv 0$ dans le cas de LiCl ; $f_{K^+} \equiv f_{Cl^-}$ dans le cas de KCl) pour se ramener au cas des corps monoatomiques ce qui a dû influencer certainement le résultat final recherché.

Nous avons donc jugé intéressant de reprendre dans son ensemble l'étude des chlorures avec les moyens plus perfectionnés et les méthodes d'interprétation plus rigoureuses dont nous disposons actuellement.

En complétant ainsi les résultats déjà obtenus concernant les fluorures nous tenterons de donner une image plus précise de la structure des halogénures fondus.

II. **Résultats expérimentaux et analyse des spectres.** — En ce qui concerne la méthode expérimentale utilisée on se reportera aux articles parus précédemment [5], [1].

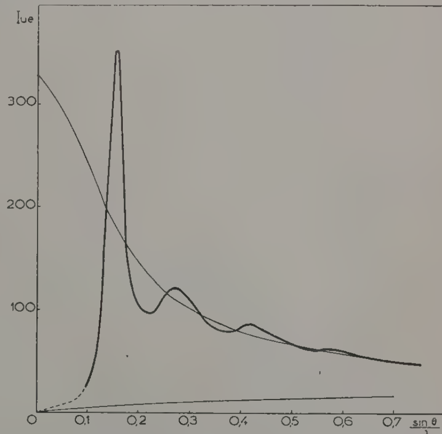


FIG. 1. — Spectre de diffraction de LiCl fondu à 620 °C.

Les figures 1 à 5 montrent les spectres de diffraction de différents sels maintenus à l'état liquide aux températures respectives suivantes (à ± 20 °C près) :

LiCl à 620 °C, NaCl à 820 °C, KCl à 810 °C, $BaCl_2$ à 1 000 °C et CaF_2 à 1 500 °C.

Les spectres ont été enregistrés en employant la radiation Mo$K\alpha$, strictement monochromatique, les temps de pose s'échelonnant de 8 à 10 heures selon la nature de l'échantillon.

D'une manière générale on constate que les spectres des chlorures sont plus « condensés » que les spectres des fluorures correspondants. Cette diminution systématique des diamètres des halos de diffraction s'explique par l'augmentation générale de toutes les distances interatomiques, l'ion F^- étant remplacé par l'ion Cl^- de rayon plus important.

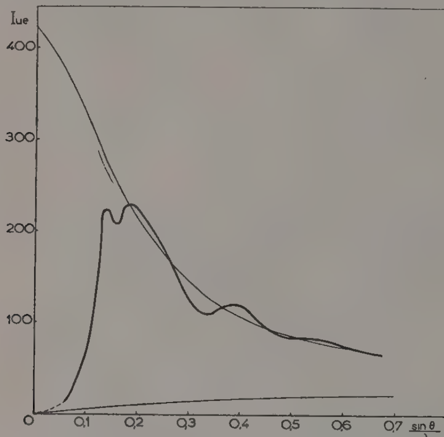


Fig. 2. — Spectre de diffraction de NaCl fondu à 820 °C.

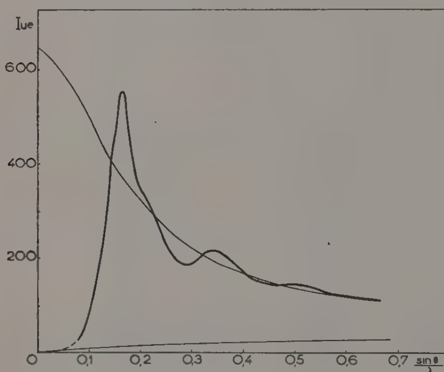


Fig. 3. — Spectre de diffraction de KCl fondu à 810 °C.

Les deux halogénures alcalinoterreux $BaCl_2$ et CaF_2 ont été spécialement choisis de manière à ce que le rapport des rayons ioniques de l'anion et du cation soit sensiblement le même dans les deux c

$$r_{Cl^-}/r_{Ba^{++}} = 1{,}34 \qquad r_{F^-}/r_{Ca^{++}} = 1{,}37.$$

On constatera la très grande analogie existant entre les deux spectres (*fig.* 4 et 5), le spectre de CaF_2 étant simplement une version plus « dilatée » de celui de $BaCl_2$.

On notera également le caractère très accusé du spectre de LiCl. Comme pour LiF, ceci s'explique par le grand écart entre les facteurs de structure du cation et de l'anion ; cet effet étant d'ailleurs encore plus sensible dans le cas du chlorure.

Les spectres de NaCl et de KF enfin présentent aussi certaines analogies.

Les spectres précédents ont été soumis à l'analyse radiale de Fourier [6] ; les notations employées sont celles des articles précédents.

Le tableau I rassemble les données numériques introduites dans l'analyse de chaque cas particulier, notamment : les nombres électroniques effectifs moyens $\bar{K}_X$ et $\bar{K}_A$ du cation et de l'anion ainsi que la densité d_t du sel fondu à la température t de l'expérience.

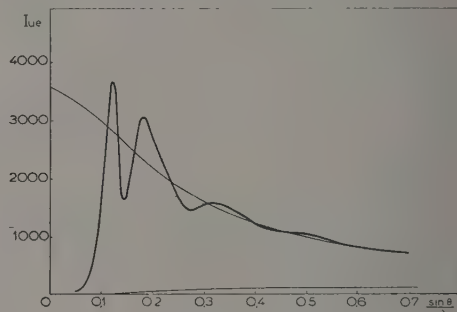


Fig. 4. — Spectre de diffraction de $BaCl_2$ fondu à 1 000 °C.

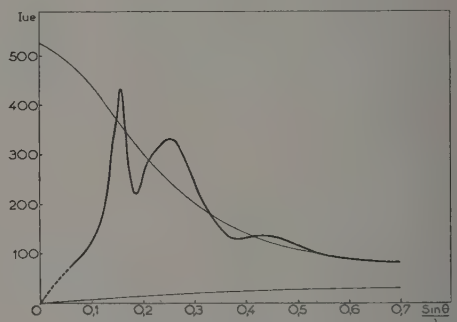


Fig. 5. — Spectre de diffraction de CaF_2 fondu à 1 500 °C

Pour les chlorures alcalins cette densité a été calculée d'après les données de Jaeger [7] confirmées par les travaux plus récents de Van Artsdalen et Yaffe [8]. La densité du $BaCl_2$ fondu a été empruntée à Drossbach [9], celle du CaF_2 fondu aux travaux de Bååk [10].

TABLEAU I

	$\bar{K}_X$	$\bar{K}_A$	d_t °C
LiCl	2,4	17,6	$d_{620} = 1{,}49$
NaCl	10,3	17,7	$d_{820} = 1{,}54$
KCl	18,9	17,1	$d_{810} = 1{,}50$
$BaCl_2$	58,6	15,7	$d_{1000} = 3{,}12$
CaF_2	21,5	8,25	$d_{1500} = 2{,}75$

Les figures 6 à 10 montrent les courbes de distribution radiale des halogénures fondus correspondant aux spectres représentés sur les figures 1 à 5.

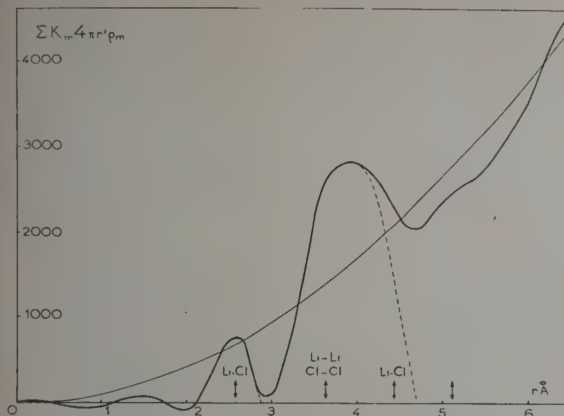


Fig. 6. — Courbe de distribution radiale de LiCl fondu à 620 °C.

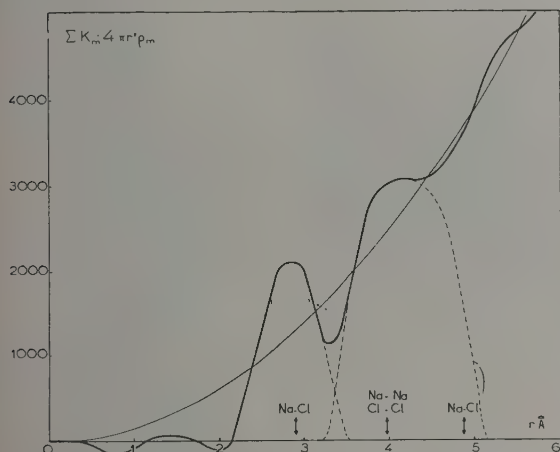


Fig. 7. — Courbe de distribution radiale de NaCl fondu à 820 °C.

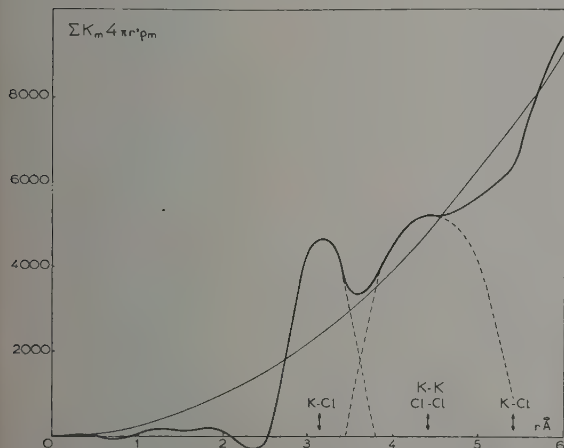


Fig. 8. — Courbe de distribution radiale de KCl fondu à 810 °C.

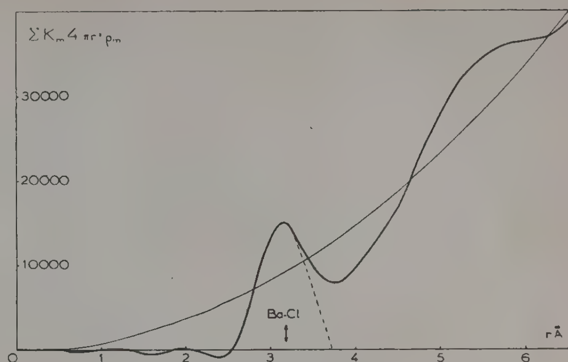


Fig. 9. — Courbe de distribution radiale de $BaCl_2$ fondu à 1 000 °C.

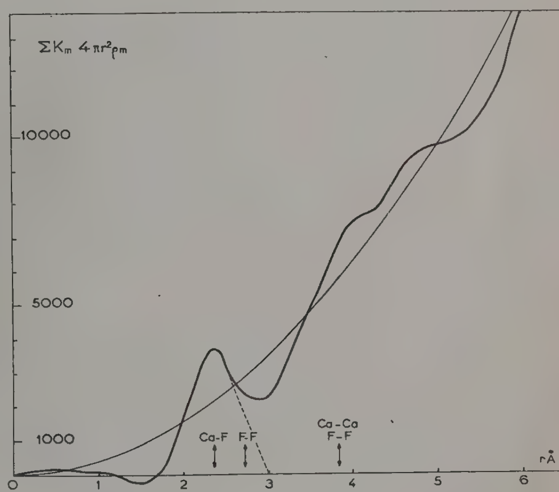


Fig. 10. — Courbe de distribution radiale de CaF_2 fondu à 1 500 °C.

III. **Interprétation structurale.** — En suivant la méthode déjà employée dans le cas des fluorures alcalins, nous avons repéré sur les courbes de distribution radiale les premières distances interatomiques des composés cristallisés correspondants. Ici encore on constate l'accord entre les premières distances interatomiques du solide et les distances les plus fréquemment rencontrées dans le liquide. Ainsi par exemple dans le cas des chlorures alcalins LiCl, NaCl, KCl, les courbes comportent deux maxima bien résolus ; ils correspondent respectivement aux deux premières distances interatomiques :

X — Cl et X — X (ou Cl — Cl) du cristal.

La résolution est cependant moins bonne que dans le cas des fluorures — en effet il est déjà impossible de situer avec précision une troisième distance interatomique.

En ce qui concerne les composés alcalino-terreux $BaCl_2$ ou CaF_2 (*fig.* 9 et 10), seule la première distance interatomique est résolue ; elle correspond d'ailleurs à la distance de contact entre l'anion et le cation dans le cristal.

Dans le tableau II nous avons établi la compa-

TABLEAU II

	LiCl		NaCl		KCl	
	FONDU	CRISTAL	FONDU	CRISTAL	FONDU	CRISTAL
$n_{Cl}^{x} (= n_{x}^{Cl})$	*4,1*	6	*4,7*	6	*5,2*	6
$n_{x}^{x} (= n_{Cl}^{Cl})$	9	12	9	12	10	12

	$BaCl_2$			CaF_2	
	FONDU	CRISTAL (¹)		FONDU	CRISTAL
$n_{Cl}^{Ba} (= 2n_{Ba}^{Cl})$	*5,5*	8	$n_{F}^{Ca} (= 2n_{Ca}^{F})$	*6,8*	8

(¹) Forme « haute ».

raison entre les nombres de coordination relatifs à l'état fondu (déduits des courbes de distribution radiale) et ceux relatifs à l'état cristallin pour tous les composés précédemment étudiés.

L'étude des chlorures alcalins confirme donc les résultats suivants obtenus déjà à propos des fluorures : 1° Le schéma de coordination du cristal persiste à l'état fondu : il y a conservation de l'ordre à courte distance. 2° Les nombres de coordination à l'état fondu sont sensiblement inférieurs aux nombres de coordination à l'état cristallin— : il y a formation des lacunes.

Le cas des composés alcalinoterreux est plus complexe. Les renseignements sur les distances interatomiques à l'état liquide sont par trop incomplets pour qu'on puisse en tirer des conclusions certaines. La baisse importante du premier nombre de coordination jointe à la diminution de la densité à l'état liquide et, en même temps, conservation de la distance de contact des ions ne sont pas en contradiction formelle avec la formation des lacunes à l'état liquide. Toutefois d'autres réarrangements structuraux avec modification du nombre de coordination principal, restent également du domaine des possibilités.

La suite de cet exposé sera exclusivement limitée au cas des halogénures *alcalins*.

IV. **Précisions sur la structure « lacunaire » des halogénures alcalins fondus.** — En étendant au cas des chlorures le mode de raisonnement déjà employé pour les fluorures nous pouvons dire que la structure des halogénures alcalins fondus est essentiellement caractérisée par la présence des lacunes ou vides dans un « réseau » liquide où l'ordre à courte distance est le même que celui à l'état solide. Un *schéma* bidimensionnel possible d'une telle structure a déjà été indiqué ([1], *fig.* 7). Les questions qui se posent immédiatement sont celles concernant *la forme, les dimensions et la répartition* de ces lacunes. S'agit-il de lacunes à l'échelle ionique ou bien de véritables cavités de dimensions plus importantes ?

A l'aide de données empruntées à d'autres domaines nous essaierons maintenant de développer ce modèle pour le rendre un peu plus quantitatif.

1° Volume total des lacunes. — La proportion (en volume) des lacunes formées dans le sel fondu est donnée par l'expression

$$x = \frac{V_F - V_{PF}}{V_F}$$

qui représente l'accroissement de volume à la fusion rapporté au volume total du sel *fondu* au point de fusion. Un travail récent de Schinke et Sauerwald [11] renferme une série de mesures permettant le calcul de x pour les différents halogénures précédemment étudiés. Ces valeurs ont été rassemblées dans le tableau III.

Pour les composés en question le part des lacunes représente donc 23 % à 15 % environ du volume total occupé par le fluide. En ce qui concerne LiF on rapprochera le chiffre de 22,7 % obtenu directement de celui (21 %) calculé par nous précédemment [1] à partir des mesures du paramètre de réseau. L'accord est tout à fait satisfaisant.

TABLEAU III

	LiF	NaF	KF	LiCl	NaCl	KCl
x [11]	0,227	0,215	0,147	0,207	0,200	0,147
L cal/mol	6 200 [13]	7 900 [13]	6 700 [13]	4 970 [14]	6 560 [15]	6 100 [16]
t_F °C	844	980	856	614	801	768
σ ergs/cm² [17]	255,2	201,6	143,2	140,2	114,1	97,4
d_F g/cm² [7]	1,79	1,95	1,91	1,49	1,55	1,53

2° Dimensions des lacunes. — Pour aborder le calcul des dimensions des lacunes il faut disposer d'une donnée supplémentaire, par exemple de la *surface totale* des cavités. Dans ce but, on peut être tenté d'identifier la chaleur de fusion du composé au contenu énergétique dû à la formation des cavités, soit :

$$L = S\sigma$$

formule dans laquelle on désigne par :

L la chaleur de fusion du cristal ; σ l'énergie superficielle du liquide au point de fusion ; S la surface totale des cavités.

En réalité, l'énergie superficielle effective à l'échelle moléculaire doit être *inférieure* à l'énergie superficielle macroscopique usuelle (Frenkel [12]) ; elle est d'ailleurs impossible à préciser dans l'état actuel de nos connaissances.

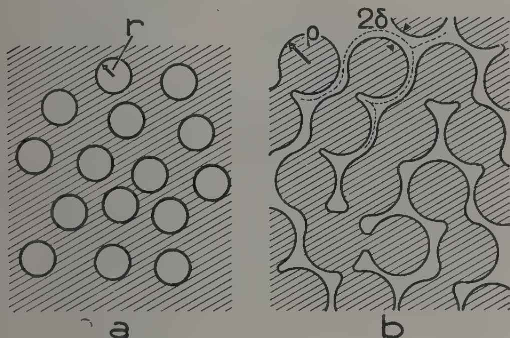


Fig. 11. — Schéma de distribution des lacunes dans l'hypothèse :
a) des trous « sphériques » ;
b) des « fissures fluctuantes ».

Nous devrons donc nous contenter de la relation précédente qui, toutefois, ne doit être regardée que comme une première approximation, la surface S ainsi obtenue étant une valeur évaluée par défaut.

Pour aller plus loin, il est maintenant indispensable de faire une *hypothèse* sur la *forme* des lacunes.

a) *Hypothèse des « trous » sphériques.* — L'hypothèse la plus simple consiste à considérer un ensemble de P cavités sphériques et de rayon moyen r (*fig.* 11*a*).

On dispose alors de trois relations :

$$\begin{cases} V_F - V_{PF} = (4/3)\,\pi r^3 P \\ S = 4\pi r^2 P \\ L = S\sigma \end{cases}$$

d'où :

$$r = 3(V_F - V_{PF})\,\sigma/L$$

soit, pour un sel fondu de masse molaire M et de densité d_F, le rayon moyen des cavités est :

$$r = 3\,x\,M\sigma/(d_F\,L).$$

Pour nous faire une idée du nombre des « trous » introduits dans le réseau, nous considérerons d'autre part le rapport

$$k = P/2N$$

du nombre de trous au nombre total d'ions contenus dans une molécule-gramme du sel fondu (N : nombre d'Avogadro).

En utilisant les données numériques du tableau III, nous avons calculé les valeurs de r et de k pour les sels liquides à la température t_F de fusion. Les résultats ont été rassemblés dans le tableau IV. L'examen de ce tableau montre que les

TABLEAU IV

	LiF	NaF	KF	LiCl	NaCl	KCl
r (Å)	0,97	0,84	0,69	1,18	0,94	0,82
k	0,72	1,54	2,72	0,70	1,80	2,58
ρ (Å)	3,22	3,00	3,95	4,35	3,70	4,70
2δ (Å)	0,65	0,56	0,46	0,79	0,63	0,55
m	15,4	8,3	12,1	19,3	8,6	12,4

rayons moyens des cavités ainsi définies seraient inférieurs aux rayons des ions constituant le réseau. (Étant donné les approximations faites, ces chiffres ne représentent que des ordres de grandeur.) Pour une même série, en allant dans l'ordre Li → Na → K on constate cependant que si les dimensions des trous ont tendance à diminuer, leur nombre, par contre, s'accroît dans de fortes proportions.

Pour les sels à cation lourd il y aurait donc présence d'un très grand nombre de trous de faibles dimensions. Ainsi il faudrait admettre qu'il se forme en moyenne jusqu'à 2,7 trous par ion constitutif du « réseau » liquide. Il nous semble difficile de concilier une telle proportion de cavités avec les résultats fournis par la diffraction des rayons X. Il est en effet peu concevable qu'un tel « cortège » de cavités associé à chaque ion du réseau n'entraîne pas fatalement la disparition de l'ordre à courte distance, qui pourtant, comme nous l'avons prouvé expérimentalement, est le même que celui dans le cristal primitif.

Aussi avons-nous été conduits à formuler une autre hypothèse dans laquelle le volume des cavités est réparti d'une manière différente.

b) *Hypothèse des « fissures fluctuantes ».* — Selon cette deuxième hypothèse, les cavités ne seraient pas uniformément dispersées dans la masse, mais au contraire auraient tendance à se grouper en *feuillets* ou autrement dit constitueraient des « fissures » entre des ensembles ioniques ou « îlots » plus ou moins séparés les uns des autres (*fig.* 11*b*). L'ensemble étant soumis à l'agitation thermique, il y a passage des ions d'un îlot à un autre voisin ou, ce qui revient au même, déplacement des surfaces de séparation — d'où le nom de « fissures fluctuantes » qui nous paraît approprié pour désigner ce phénomène. Le modèle en question laisse intacts des groupements où l'ordre à courte distance caractéristique du cristal peut être conservé.

Nous désignerons par ρ le rayon moyen d'un îlot et par δ la demi-distance moyenne séparant les îlots les uns des autres. En supposant les îlots *complètement* isolés les uns des autres on aura alors les quatre relations suivantes :

$$\left\{\begin{array}{l} V_F = (4/3)\,\pi\,(\rho + \delta)^3 Z \\ S = 4\pi\rho^2 Z \\ V_F - V_{PF} = S\delta \\ L = S\sigma \end{array}\right.$$

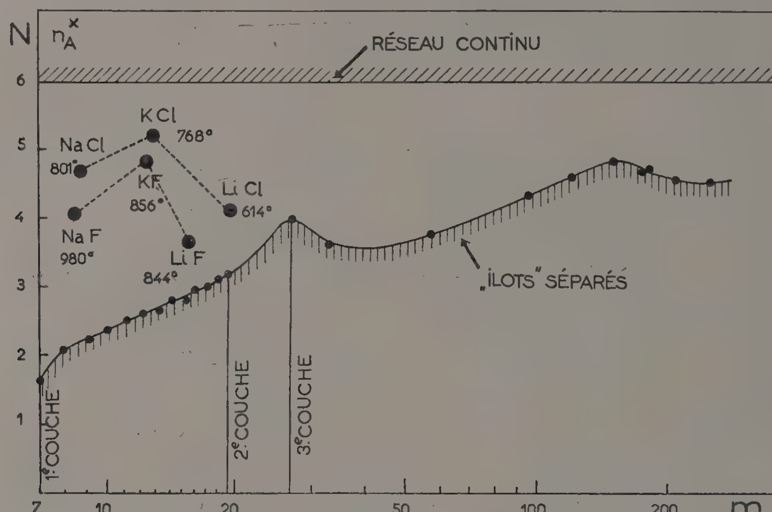


FIG. 12. — Relation entre le nombre de coordination apparent et le degré de morcellement du réseau.

Z étant le nombre d'îlots par molécule-gramme du sel fondu. On en tire :

$$\delta = (V_F - V_{PF})\,\sigma/L$$

ou :

$$2\delta = (2/3)\,r.$$

L'écartement entre les îlots est donc du même ordre de grandeur que le rayon des « trous » dans l'hypothèse *a*). La valeur de ρ s'obtient ensuite en résolvant l'équation :

$$(\rho + \delta)^3/\rho^2 = 3\,M\sigma/(d_F\,L).$$

Une troisième valeur caractéristique sera m, nombre moyen d'ions constituant l'îlot :

$$m = 2N/Z.$$

Dans le tableau IV nous avons rassemblé les valeurs de ρ, 2δ et m calculées à partir des données du tableau III (ici encore ces nombres ne constituent que des ordres de grandeur).

L'examen du tableau IV montre que les « îlots » groupent en moyenne 8-19 ions, c'est-à-dire *comportent* 1 *ou au maximum* 2 *couches ioniques complètes entourant un ion central donné. L'écartement entre les différents îlots varie relativement peu avec la nature du sel, il est de l'ordre de* 0,6 Å. On voit que les dimensions des îlots sont suffisantes pour assurer la conservation de l'ordre à courte distance du cristal dans un réseau ainsi disloqué. Quant à l'orientation des îlots les uns par rapport aux autres, elle doit être parfaitement désordonnée car, malgré les faibles distances séparant les divers groupements (une fraction des rayons ioniques), il n'apparaît pas de maxima supplémentaires sur les courbes de distribution radiale étudiées.

Reste à examiner l'influence du morcellement sur *le nombre de coordination apparent* du réseau. Pour effectuer ce calcul nous supposerons que les différents îlots possèdent la structure du type NaCl, qu'ils contiennent tous un même nombre m d'ions et qu'ils sont *complètement isolés les uns des autres.*

Dans ce cas le nombre de coordination apparent

principal de l'ensemble du réseau est identique au nombre de coordination apparent principal. N_m d'un îlot quelconque. N_m est la moyenne pondérée de tous les nombres de coordination principaux N_i affectés aux m atomes de l'îlot :

$$N_m = \frac{\sum_m n_i N_i}{\sum_m n_i}.$$

Ce calcul a été effectué pour différentes valeurs de m, c'est-à-dire pour les îlots comportant un nombre croissant de couches concentriques en formation entourant un ion central donné. La fonction (discontinue) $N_m = f(m)$ a été représentée sur la figure 12.

Ceci correspond au cas idéal où tous les îlots seraient totalement indépendants. Dans l'hypothèse où ces îlots seraient partiellement soudés les uns aux autres (*fig.* 11*b*) le nombre N_m se trouverait automatiquement *augmenté*. La fonction $N_m = f(m)$ donne donc la *limite inférieure* du nombre de coordination apparent pour un réseau morcelé en îlots identiques mais *pouvant par contre comporter des « ponts »*. Sur le même graphique nous avons reporté les points correspondant aux divers halogénures étudiés, définis par les coordonnées (n_A^X, m).

On constate que l'essaim de points ainsi définis se place bien dans la région du plan délimitée d'une part par la droite $N = 6$ correspondant au réseau continu et d'autre part par la fonction $N_m = f(m)$ correspondant au cas des « îlots » indépendants.

Les résultats expérimentaux ne sont donc pas en désaccord avec l'hypothèse des « fissures fluctuantes ». L'examen de la figure 12 permet en outre de tirer les conclusions suivantes concernant la structure des halogénures fondus :

1° Les différents « îlots » constituant le liquide sont *incomplètement séparés* les uns des autres. En effet tous les points expérimentaux se trouvent nettement au-dessus de la limite $N_m = f(m)$ correspondant au cas idéal des îlots indépendants.

(En réalité, pour des raisons techniques les nombres n_A^X ont été obtenus pour des températures légèrement supérieures aux points de fusion indiqués sur le graphique ; ils représentent sans doute des valeurs approchées par défaut).

2° Les sels de lithium sont constitués par des îlots plus gros mais aussi *plus indépendants* que les sels de sodium ou de potassium ; ils se rapprochent davantage du cas idéal.

3° A l'intérieur de chaque groupe caractérisé par un même anion la grosseur des îlots est en relation avec la température de fusion du composé.

Ainsi pour les séries :



et



les nombres d'ions « retenus » statistiquement autour d'un ion central donné varient respectivement de 14 à 8 et de 19 à 8, c'est-à-dire que le degré de morcellement du réseau augmente avec la température de fusion du sel.

V. **Conclusion.** — L'étude des halogénures fondus par diffraction des rayons X nous a fourni un modèle structural qualitatif d'un liquide ionique aux températures élevées. Cette image a pu être précisée et les résultats rendus plus quantitatifs grâce aux données thermodynamiques empruntées à d'autres domaines de la physique.

Manuscrit reçu le 7 janvier 1958.

RÉFÉRENCES

[1] Zarzycki (J.), *J. Physique Rad.* (Suppl. Phys. Appl.), 1957, **18**, 65 A.
[2] Zarzycki (J.), *C. R. Acad. Sc.*, 1957, **244**, 758.
[3] Lark-Horowitz (K.) et Miller (E. P.), *Phys. Rev.*, 1936, **49**, 418.
[4] Miller (E. P.) et Lark-Horowitz (H.), *Phys. Rev.*, 1937, **51**, 61.
[5] Zarzycki (J.), *J. Physique Rad.* (Suppl. Phys. Appl.). 1956, **17**, 44 A.
[6] Warren (B. E.), Krutter (H.) et Morningstar (O.). *J. Amer. Cer. Soc.*, 1936, **19**, 202.
[7] Jaeger, *Z. anorg. Chem.*, 1917, **101**, 1.
[8] Van Artsdalen (E. R.) et Yaffe (I. S.), *J. Phys. Chem.*, 1955, **59**, 118.
[9] Drossbach (P.), Elektrochemie geschmolzener Salzen Springer, Berlin, 1938.
[10] Bååk (T.), *Acta Chem. Scand.*, 1955, **9**, 1406.
[11] Schinke (H.) et Sauerwald (F.), *Z. anorg. Chem.*, 1956, **287**, 313.
[12] Frenkel (J.), Kinetic Theory of Liquids, Dover, N. Y., 1955, 180.
[13] Petit (G.) et Cremieu (A.), *C. R. Acad. Sc.*, 1956, **243**, 360.
[14] Cité par Schinke [11].
[15] Harrison, Thèse de Doctorat d'Université, Sorbonne, 1955.
[16] Kelley, *Bureau of Mines Bull.*, 1950, 477.
[17] Jaeger, *Z. anorg. Chem.*, 1917, **101**, 201.

QUELQUES CONSIDÉRATIONS SUR LES AMPLIFICATEURS ÉLECTRONIQUES A COEFFICIENT D'AMPLIFICATION NÉGATIF ÉLEVÉ. APPLICATIONS AUX APPAREILS DE MESURE.

Par G. BLET.

Résumé. — Nous étudions dans ce travail les amplificateurs électroniques à courant continu et à coefficient d'amplification négatif élevé, dans le cas particulier où une boucle de contre-réaction relie la sortie à l'entrée. Nous ferons les calculs pour deux montages caractéristiques : à impédance d'entrée très faible, ou très élevée.

Dans une seconde partie, nous envisagerons le cas où le circuit d'entrée de l'amplificateur est un appareil à spot lumineux, tel que galvanomètre, électromètre, et nous examinerons les répercussions d'un tel montage sur l'impédance d'entrée, la période propre et l'amortissement.

Quelques exemples numériques sont joints à chaque cas pour en donner des exemples typiques d'utilisation.

Abstract. — This paper is concerned with D. C. high negative gain feedback electronic amplifiers. The calculations are made for two typical cases : those of a very small, and of a very high input impedance.

In a second part, the case is considered of an input consisting in a light-spot instrument, such as a galvanometer or an electrometer : the effects of such an input on impedance, period and damping are examined.

Each case is illustrated by some numerical examples.

1. **Généralités.** — Soit un amplificateur à courant continu dont le coefficient d'amplification K possède une valeur absolue élevée et le signe moins. Cela signifie qu'à une tension d'entrée v positive, par exemple, correspond une tension de sortie $V = Kv$ qui sera négative et $|K|$ fois plus grande en valeur absolue. Un tel amplificateur doit avoir obligatoirement une entrée dissymétrique avec un pôle à la masse et de même une sortie dissymétrique avec un pôle à la masse. Il existe de nombreux schémas pour de tels amplificateurs, de même que plusieurs réalisations industrielles. Nous n'insisterons pas sur leur conception qui relève de la technique électronique classique et ne présente aucune difficulté spéciale. Nous ferons remarquer seulement que de tels amplificateurs se comportent en courant alternatif comme des déphaseurs : en effet, si $v = v_0 \cos \omega t$, la tension de sortie $V = Kv = Kv_0 \cos \omega t$ peut aussi s'écrire :

$$V = -|K|v_0 \cos \omega t = |K|v_0 \cos (\omega t + \pi).$$

Il devient alors indispensable que dans le domaine de fréquences utilisé il n'y ait pas de rotation de phase. Si l'on doit travailler à fréquence fixe, le problème se simplifie : l'adjonction d'un pont déphaseur à la sortie permettra toujours pour la fréquence F d'ajuster le déphasage à 180° exactement.

2. **Étude de deux types de circuits.** — 2.1. CIRCUIT A IMPÉDANCE D'ENTRÉE RÉDUITE. — Considérons le circuit de la figure 1, où A est un amplificateur du type ci-dessus, r la résistance d'entrée et R la résistance de contre-réaction. S est la source de résistance interne ρ et de force électromotrice v_0.

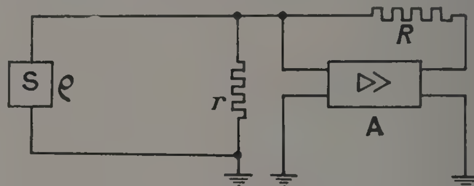


FIG. 1. — Circuit à impédance d'entrée très faible.

Soit v la chute de potentiel aux bornes de r. Le courant débité par la source S sera :

$$i = (v_0 - v)/\rho. \tag{1}$$

La tension à la sortie de l'amplificateur étant :

$$V = Kv \tag{2}$$

le courant débité dans la résistance R vaut :

$$i' = (V - v)/R \tag{3}$$

la chute de tension dans r étant :

$$v = (i + i')\, r. \tag{4}$$

De ces équations nous tirons :

$$\frac{v_0 - v}{\rho} + \frac{V - v}{R} = \frac{v}{r}$$

d'où

$$\frac{v_0}{\rho} = v\left[\frac{1}{\rho} + \frac{1}{r} + \frac{1}{R}(1 - K)\right]. \tag{5}$$

De cette expression rigoureuse, nous pouvons tirer une expression approchée exacte, avec assez de précision dans le cas où ρ et r ne sont pas très petits devant R, et avec bien entendu $|K| \gg 1$, hypothèse de base de cette étude.

Nous aurons :

$$(v_0/\rho) = (v/R)(1 - K). \tag{6}$$

Avec la même approximation nous aurons :

$$V = -v_0(R/\rho). \tag{7}$$

Remarquons que le quotient v_0/ρ représente le courant de court-circuit de la source $i_0 = v_0/\rho$; d'où :

$$V = -i_0 R. \tag{8}$$

Calculons maintenant l'impédance d'entrée apparente : elle est le quotient de la tension d'entrée v par le courant débité i.

$$Z = v/i = \rho v/(v_0 - v) \tag{9}$$

soit :

$$Z = \frac{1}{(1/r) + (1 - K)/R}. \tag{10}$$

Avec les mêmes réserves que précédemment nous aurons pour expression approchée :

$$Z = -R/K. \tag{11}$$

Les deux expressions simplifiées finales [(8) et (11)] montrent que la tension de sortie et l'impédance d'entrée sont proportionnelles à R, résistance de contre-réaction. La tension de sortie est indépendante du coefficient d'amplification, alors que l'impédance d'entrée lui est inversement proportionnelle.

En posant $K' = r/(R + r)$, taux de contre-réaction inférieur ou égal à l'unité, la relation (10) devient, tout en restant rigoureuse :

$$Z = r(1 - K')/(1 - KK'). \tag{12}$$

Nous en déduisons également que le courant i' débité par l'amplificateur est pratiquement égal au courant de court-circuit de la source :

$$i' = i[1 + (1/KK')].$$

2.2. Circuit a impédance d'entrée élevée. — Considérons le circuit de la figure 2, où A est

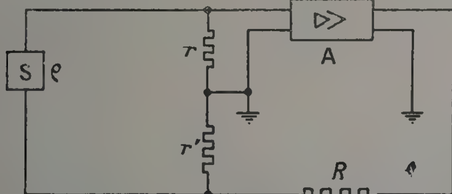


Fig. 2. — Circuit à impédance d'entrée très élevée.

toujours un amplificateur du même type, r la résistance d'entrée, r' et R les résistances de contre-réaction. S est la source de résistance interne ρ et de force électromotrice v_0.

Soit v la chute de potentiel dans r et v' celle dans r'.

Le courant débité par la source a pour valeur :

$$i = (v_0 - v + v')/\rho \quad \text{avec} \quad v = ir. \tag{13}$$

La tension de sortie $V = Kv$ crée un courant

$$i' = (Kv - v')/R \tag{14}$$

et la chute de tension dans r' vaut :

$$v' = (i + i')\,r. \tag{15}$$

De ces relations on tire :

$$v/r + (Kv - v')/R = v'/r$$

soit :

$$v' = (vr'/r)(R + Kr)/(R + r'). \tag{16}$$

En combinant les équations (13) et (16) on obtient :

$$\frac{v_0}{\rho} = v\left[\frac{1}{\rho} + \frac{1}{r} - \frac{1}{\rho}\frac{r'}{r}\frac{R + Kr}{R + r'}\right] \tag{17}$$

à rapprocher de la relation (5).

De là on peut déduire :

$$V = \frac{Kv_0}{\frac{\rho}{r} + 1 - \frac{r'}{r}\frac{R + Kr}{R + r'}}. \tag{18}$$

Cette expression peut se simplifier avec les mêmes conditions d'approximation qu'au chapitre précédent et donne :

$$V = -v_0(1 + R/r'). \tag{19}$$

Nous pouvons calculer l'impédance apparente d'entrée par la relation :

$$Z = (v - v')/i \quad \text{qui devient}$$

$$Z = r\left[1 - \frac{r'}{r}\frac{R + Kr}{R + r'}\right]. \tag{20}$$

Sous les mêmes réserves que pour la dernière équation, nous obtenons l'équation simplifiée :

$$Z = r\left[1 - K\frac{r'}{R + r'}\right]. \tag{21}$$

En posant $K' = r'/(R + r')$, taux de contre-réaction, nous aurons si $Kr \gg R$:

$$Z = r(1 - KK') \tag{22}$$

et

$$V = -v_0/K'. \tag{23}$$

2.3. Application a une photopile. — Nous allons faire cette application en utilisant ces deux circuits pour la mesure (et éventuellement l'enregistrement), d'une part du courant de court-circuit, d'autre part de la force électromotrice en circuit ouvert, d'une photopile au sélénium.

Soit une photopile de résistance interne $\rho = 10^4$ ohms. Prenons $r = 10^6$, $r' = 10^4$, $R = 10^4$

et un amplificateur de coefficient d'amplification $K = -10^4$.

2.3.1. *Mesure du courant de court-circuit.* — Dans le cas du circuit d'entrée à faible impédance, nous trouvons avec les formules simplifiées :

$$Z = -R/K = 1 \text{ ohm} \ldots \text{ exact à } 10^{-6} \text{ près.}$$

Le courant i' débité par l'amplificateur est égal au courant de court-circuit de la cellule :

$$i' = i_0 \ldots \text{ exact à } 10^{-4} \text{ près.}$$

2.3.2. *Mesure de la tension à vide.* — Dans le cas du circuit à impédance élevée les formules simplifiées nous donnent :

$$Z = r(1 - KK') = 0{,}5.10^{10} \text{ ohms.}$$

La tension de sortie est :

$$V = -2v_0 \ldots \text{ à } 2.10^{-4} \text{ près.}$$

2.3.3. *Variations de Z avec K et K'.* — Il est à remarquer que dans le cas de l'entrée à impédance très faible, la valeur de celle-ci ne dépend pas de r. Seul l'écart entre le courant mesuré i' et le courant de court-circuit réel i_0 diminue lorsque r augmente. Par contre, dans le montage à impédance d'entrée élevée, celle-ci est proportionnelle à r et la tension de sortie n'en dépend pas. Il est très intéressant qu'avec une résistance d'entrée de 1 mégohm dans l'amplificateur on puisse, par une commutation très aisée, passer d'une impédance d'entrée de 1 ohm à une impédance d'entrée de 5 000 mégohms. L'appareil de mesure pourra dans les deux cas être un même microampèremètre branché en série avec R. Par lecture directe il indiquera le courant de court-circuit dans un cas, dans l'autre, le produit de son indication par R donnera la force électromotrice en circuit ouvert.

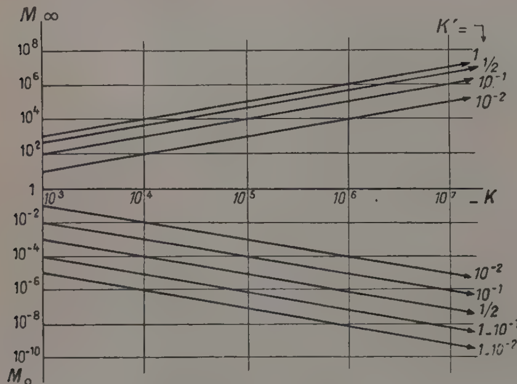


FIG. 3. — Variation de l'impédance d'entrée en fonction de K et K'.

$M_\infty = Z/r$ pour impédance élevée
$M_0 = Z/r$ pour impédance faible.

Le graphique de la figure 3 montre, à la précision des formules simplifiées, comment varie l'impédance d'entrée en fonction de K et de K'. Nous avons appelé M_∞ et M_0 les rapports :

$M_\infty = Z/r$ dans le cas de l'impédance d'entrée élevée.
$M_0 = Z/r$ dans le cas de l'impédance d'entrée réduite.

3. **Application au cas où le circuit d'entrée est constitué par un appareil de mesure à spot.** — Soit un galvanomètre à spot lumineux de sensibilité θ_0 radians par ampère. Le montage est celui de la figure 4.

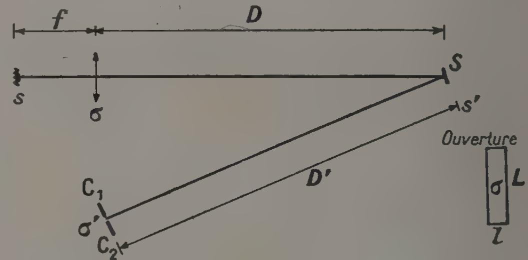


FIG. 4. — Schéma optique de l'éclairement du miroir et des cellules.

Un objectif de courte focale f, diaphragmé par une ouverture rectangulaire de surface $\sigma = Ll$ forme d'une source de surface s une image de surface S à une distance D dans le plan où se trouve le miroir du galvanomètre de surface s'. Celui-ci forme sur une cellule double $c_1 c_2$, à une distance D', une image de surface σ'.

Soit Φ le flux émis par la source. Le flux capté par l'ouverture σ vaut :

$$\Phi' = \Phi\sigma/4\pi f^2 ;$$

il est réparti sur une surface S qui vaut :

$$S = sD^2/f^2.$$

Le miroir du galvanomètre en prend la fraction :

$$\frac{s'}{S} = \frac{s'}{s}\frac{f^2}{D^2}, \quad \text{soit un flux} \quad \varphi = \Phi \frac{\sigma}{4\pi f^2}\frac{s'}{s}\frac{f^2}{D^2}$$

qui se trouve réparti sur l'image σ' de σ en produisant un éclairement :

$$E = \frac{\varphi}{\sigma} = \frac{1}{\sigma}\frac{D^2}{D'^2}\,\Phi\,\frac{\sigma}{4\pi f^2}\frac{s'}{s}\frac{f^2}{D^2}$$

ou

$$E = (\Phi s'/4\pi s)\,(1/D'^2).$$

Pour un courant de i ampères, la rotation du cadre sera de $i\theta_0$ radians produisant un déplacement du spot de $i\theta_0 D'$: la variation de surface éclairée sera :

$+ i\,\theta_0\,D'L$ pour une cellule et
$- i\,\theta_0\,D'L$ pour l'autre.

La variation différentielle de flux est donc :

$$\Delta\varphi = 2i\,\theta_0\,D'LE = \Phi(s'/2\pi s)\,\theta_0\,(L/D')\,i. \quad (24)$$

Les valeurs de L et D' ne sont pas arbitraires : elles doivent être compatibles avec le diamètre du condenseur et la hauteur utile des cellules.

Nous voyons donc que la sensibilité du montage sera d'autant plus grande que :

1° la lampe est plus lumineuse .... Φ grand
2° la lampe a un filament ramassé...... s petit
3° le galvanomètre a un grand miroir . s' grand
4° le galvanomètre est sensible .... θ_0 grand
5° l'ouverture est une fente allongée .. L grand
6° la double cellule est proche du galvanomètre .... D' petit.

Soient γ la sensibilité des cellules en ampères par lumen et r_0 en ohms leur résistance de charge ; un courant i dans le galvanomètre produira aux bornes des cellules une tension différentielle égale à :

$$\Delta v = \gamma\,r_0\,\Delta\varphi.$$

Exemple : Prenons des données tout à fait classiques.

Pour la lampe	Φ	$= 600$ lumens.
	s	$= 4.10^{-2}$ cm².
Pour le diaphragme....	L	$= 4$ cm.
Pour le galvanomètre...	s'	$= 1$ cm².
	θ_0	$= 10^6$ radian/ampère.
Pour les cellules	D'	$= 50$ cm.
	γ	$= 3.10^{-5}$ ampère/lumen.
	r_0	$= 2.10^6$ ohms.

Nous trouvons :

$$\Delta v \simeq 10^{10}\,i.$$

Soit r, en ohms, la résistance du circuit galvanométrique (y compris celui-ci) ; le coefficient d'amplification de l'ensemble sera :

$$K \simeq -10^{10}/r. \quad (25)$$

Si $r = 100$ ohms, nous obtenons un gain de 10^8 indépendamment de l'amplification que l'on peut mettre en série après les cellules. En général une simple double triode à charge cathodique suffira, en maintenant le gain à la même valeur, avec une impédance de sortie faible.

Reprenons une expression littérale de K en conservant le montage optique décrit ci-dessus, mais en laissant arbitraire la sensibilité du galvanomètre ; nous aurons :

$$K = -10^4\,\theta_0/r. \quad (26)$$

3.1. Montage a faible impédance d'entrée. — Dans ce cas, le courant de sortie de l'amplificateur est égal au courant de court-circuit de la source, avec un écart excessivement faible, et l'impédance d'entrée est égale à :

$$Z = -R/K = Rr/10^4\,\theta_0.$$

Rapportée à la résistance du circuit galvanométrique, elle est :

$$Z/r = R/10^4\,\theta_0$$

avec $R = 10^4$ et $\theta_0 = 10^6$.

La résistance apparente n'est que le millionième de la résistance vraie.

La tension disponible $V = -i_0 R$ est indépendante de la sensibilité et des caractéristiques du galvanomètre tant que (v. (5) et (26)) :

$$10^4\,\theta_0 \gg R\left(\frac{r}{\rho} + 1\right).$$

Avec $\theta_0 = 10^6$ et $r = 10^2$, nous voyons qu'une source, même de résistance interne très faible, comme $\rho = 1$ ohm, peut convenir avec $R = 10^5$. L'inégalité ci-dessus devient $10^{10} \gg 10^7$. La tension de sortie est $V = -10^5\,i_0$.

Exemple :

Soit un couple cuivre-constantan de sensibilité 40 µV/degré et de résistance interne de 4 ohms.

Pour 10^{-3} degré le courant de court-circuit sera :

$$i_0 = 40.10^{-9}/4 = 10^{-8} \text{ ampère}$$

et la tension de sortie

$$V = 10^5\,i_0 = 10^{-3} \text{ volt}.$$

Cette tension d'un millivolt par millième de degré est disponible aux bornes de la résistance de son choix ; elle peut être injectée dans un enregistreur courant : le galvanomètre utilisé est standard et robuste.

Le meilleur galvanomètre utilisé directement (un Zernicke, par exemple) ne donnerait qu'une déviation de 1 millimètre à 1 mètre et un tel galvanomètre est plutôt fragile.

3.2. Montage a impédance d'entrée élevée. — Reprenons les équations (22) et (23), l'impédance d'entrée croît avec la sensibilité du galvanomètre et le taux de contre-réaction. La tension de sortie ne dépend que de celui-ci et varie en raison inverse.

Pour K' voisin de l'unité, V est voisin de v_0 et $Z = 10^{10}$.

4. Application à un électromètre. — Pour un électromètre, le seul montage intéressant est celui à impédance élevée.

La sensibilité d'un électromètre à quadrants pouvant atteindre 10 radians par volt, le montage optique étudié précédemment nous donnera un coefficient d'amplification $K = -10^5$.

L'électromètre étant supposé parfaitement isolé, son impédance ohmique n'est pas modifiée, mais sa capacité apparente est réduite, de même que la quantité d'électricité demandée à la source pour effectuer la mesure.

En effet, la tension aux bornes n'étant que $v = v_0/(1 - KK')$, si $K' = \frac{1}{10}$ et $K = -10^5$, $v = v_0 10^{-4}$; d'où la charge d'électricité demandée :

$$q' = Cv = C\,10^{-4}\,v_0 = C'\,v_0.$$

La capacité de l'électromètre est divisée par 10 000.

5. **Dynamique des amplificateurs à gain négatif élevé associés à un appareil à spot lumineux.** — 5.1.1. *Cas du galvanomètre.* — L'équation classique du galvanomètre est :

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} + \left(f + \frac{\Phi_0^2}{R}\right)\frac{d\theta}{dt} + C\theta = \Phi_0\, i \qquad (27)$$

où I représente le moment d'inertie du cadre ;
» f le coefficient d'amortissement mécanique ;
» Φ_0 le flux maximum ;
» R la résistance du circuit ;
» C le couple de rappel ;
» θ l'angle de déviation ;
» i le courant traversant l'appareil.

Quelques relations fondamentales relient ces valeurs.
Si l'amortissement est critique :

$$f + \frac{\Phi_0^2}{R_c} = 2\sqrt{IC}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{I/C}$$

et

$$C\theta = \Phi_0\, i \text{ à l'équilibre.}$$

Faisons les calculs en u. é. m. c. g. s. pour le galvanomètre standard envisagé précédemment en supposant f négligeable devant $\frac{\Phi_0^2}{R_c}$. Prenons comme caractéristiques : $R_c = 2\,000$ ohms et $T_0 = 2{,}5$ secondes.
On trouve :

$\Phi_0 = R_c\, T_0/10\,\pi\theta_0$	soit	$\Phi_0 = 10^6/2\,\pi$ c. g. s.
$I = R_c\, T_0^3/4.10^2\,\pi^3\,\theta_0^2$		$I = 10/128\,\pi^3$ c. g. s.
$C = R_c\, T_0/10^2\,\pi\theta_0^2$		$C = 1/20\,\pi$ c. g. s.

Dans le cas du montage à impédance d'entrée faible, le circuit de contre-réaction injecte dans le galvanomètre un courant :

$$i' = V/R = Kv/R$$

soit

$$i' = KK'\,\theta/\theta_0$$

si le cadre tourne de θ en posant $K' = r/(R + r)$

et, en u. é. m. c. g. s.,

$$i = KK'\,\theta/10\,\theta_0$$

d'où l'équation représentant les mouvements du galvanomètre autour de sa position d'équilibre :

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} + \left(f + \frac{\Phi_0^2}{R_c}\right)\frac{d\theta}{dt} + \left(C - \frac{KK'\,\Phi_0}{10\,\theta_0}\right)\theta = 0. \qquad (28)$$

Or $\frac{\Phi_0}{10\,\theta_0} = C$, donc le nouveau coefficient C' de θ vaut :

$$C' = C(1 - KK'). \qquad (29)$$

Cette nouvelle équation nous montre deux résultats essentiels :

1° le galvanomètre n'est plus amorti et son régime devient oscillatoire. La nouvelle résistance critique devient :

$$R'_c = R_c\sqrt{C/C'}.$$

2° La période du galvanomètre diminue et devient :

$$T'_0 = T_0\sqrt{C/C'}.$$

La courbe de la figure 5 montre la variation du facteur $\sqrt{C/C'}$ en fonction de la valeur de la résistance R de contre-réaction pour $K = -10^{10}/r$.

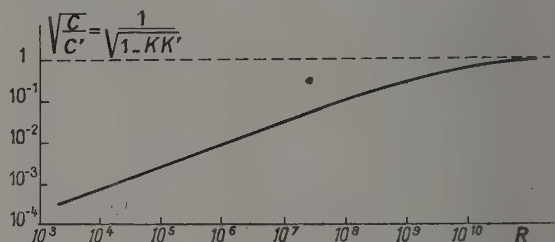


Fig. 5. — Variation du couple de rappel en fonction de R $\sqrt{C/C'} = 1/\sqrt{1 - KK'}$.

Dans le cas du montage à impédance élevée, les résultats sont les mêmes, au coefficient de R près.
Nous voyons donc que les variations de résistance critique et de période sont considérables.

5.1.2. *Cas de l'électromètre.* — L'équation de l'électromètre est :

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} + f\frac{d\theta}{dt} + C\theta = \alpha v. \qquad (30)$$

Les équations permettant de déterminer les constantes sont les mêmes que précédemment :

amortissement critique...... $f = 2\sqrt{IC}$
période .... $T_0 = 2\pi\sqrt{I/C}$
sensibilité .... $\theta/v = \alpha/C$

ou, si θ_0 est la sensibilité en radians par volt :

$$\alpha/C = \theta_0\, 10^{-8} \text{ en radians par u. é m.}$$

Prenons un bon électromètre Curie :

$$T_0 = 20 \text{ secondes} \qquad \theta_0 = 10.$$

D'où :

$$I/\alpha = 10^9/\pi^2$$
$$C/\alpha = 10^7$$
$$f/\alpha = 2.10^8/\pi.$$

Soit v la tension correspondant à une rotation θ ; la tension réinjectée vaut vKK', d'où :

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} + f\frac{d\theta}{dt} + C(1 - KK')\,\theta = 0$$

1° L'amortissement diminue et le régime devient oscillatoire : mais là, il n'y a pas de résistance critique permettant de retrouver l'amortissement critique.

2° La période est diminuée.

$$\sqrt{C/C'} = 1/\sqrt{1 - KK'} \quad \text{(même formule que (29)).} \quad (31)$$

Les variations en fonction de K' sont données par la courbe de la figure 6, pour $K = -10^5$.

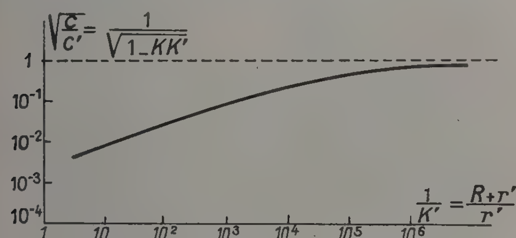


Fig. 6. — Variation du couple de rappel en fonction de $1/K' = (R + r')/r'.\sqrt{C/C'} = 1/\sqrt{1 - KK'}$.

La période de l'électromètre peut donc être réduite considérablement.

5.2. Introduction d'un terme d'amortissement par contre-réaction capacitive. — Supposons dans tous les cas que le taux de contre-réaction n'est pas très élevé, c'est-à-dire que r et r' sont petits devant R. Plaçons aux bornes de R un condensateur de capacité γ. Le courant qui le traverse vaut :

$$i_\gamma = \gamma\frac{dv}{dt}.$$

Le second membre de l'équation de l'appareil de mesure devient :

$$\ldots\ldots = + C\theta\, KK' + RCKK'\,\gamma\, d\theta/dt.$$

La période reste ce que la contre-réaction ohmique l'a faite, mais l'amortissement est augmenté.

5.2.1. *Galvanomètre* :

$$(\Phi_0^2/R_c) - RCKK'\,\gamma = 2\sqrt{IC'}.$$

Il est possible par le choix de γ de conserver l'amortissement critique avec la même résistance R_c et la nouvelle période T.

Si KK' est beaucoup plus grand que l'unité, on peut écrire $CKK' = C'$ et négliger Φ_0^2/R_c, d'où :

$$R\gamma = 2\sqrt{I/C'} = T/\pi \quad (32)$$

relation qui indique que l'ensemble $R\gamma$ a une constante de temps de l'ordre de la nouvelle période. Si la source a une résistance ρ beaucoup plus faible que R_c, le terme Φ_0^2/ρ n'est plus négligeable et la nouvelle valeur γ' est plus petite que γ.

5.2.2. *Electromètre.* — Le calcul est semblable :

$$f^2 - RCKK'\,\gamma = 2\sqrt{IC'}.$$

Avec les mêmes remarques que ci-dessus :

$$R\gamma = \frac{T}{\pi}.$$

On peut noter que dans ces conditions l'impédance du condensateur à la fréquence des oscillations vaut :

$$1/\gamma\omega = R/2.$$

Exemple :

Soit un électromètre Curie de faible sensibilité avec 6 volts seulement sur l'aiguille : $\theta_0 = 0{,}25$.

Prenons

$$R = 10^6 \quad \text{et} \quad r' = 5.10^4.$$

Nous avons

$$K = -2{,}5.10^3 \quad \text{et} \quad K' = 5.10^{-2}\,;$$

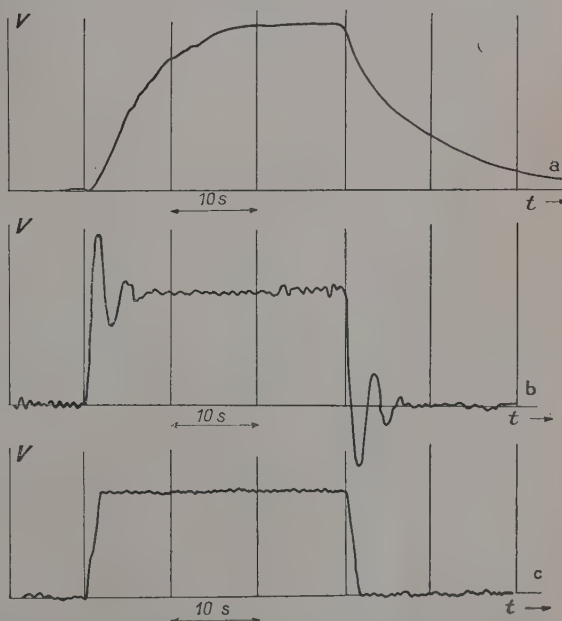


Fig. 7. — Enregistrement de la déviation du spot d'un électromètre en fonction du temps :

a) sans contre-réaction,
b) avec contre-réaction R,
c) avec contre-réaction R et amortissement C.

d'où :

$$KK' = -1{,}25.10^2 \quad \text{et} \quad \sqrt{1 - KK'} \simeq 11.$$

Donc la nouvelle période, au lieu de 20 secondes, sera de 1,8 seconde. L'électromètre moins amorti est oscillant. Pour le mettre à l'amortissement critique, il faut mettre aux bornes de R une capacité de 0,55 microfarad.

Les trois courbes de la figure 7 montrent de façon très nette les trois stades de fonctionnement.

Ces trois courbes représentent l'application et la suppression d'une tension sur l'électromètre :

a) sans contre-réaction ..... $T_0 =$ 20 secondes
b) avec contre-réaction R ... T = 1,8 seconde *régime oscillatoire*
c) avec contre-réaction R et amortissement C....... T = 1,8 secondes *régime amorti.*

N. B. — Les oscillations subsistantes sont dues au fait que l'électromètre en essai n'était malheureusement pas soustrait aux vibrations du laboratoire.

Conclusions.

Il ressort de cette étude que l'emploi des amplificateurs à coefficient d'amplification négatif élevé et à contre-réaction apporte une très grande souplesse à la résolution des problèmes d'amplification.

Dans le cas d'une résistance d'entrée, on peut agir à volonté sur l'impédance d'entrée.

Dans le cas d'un appareil à spot lumineux, on a en outre le choix de la période et de l'amortissement. Il faut noter de plus que dans ce cas l'appareil de mesure à spot fonctionne pratiquement en appareil de zéro et ses performances n'influent pas sur la précision des mesures.

Manuscrit reçu le 16 décembre 1957.

LE CYCLOTRON DE L'ÉCOLE SUPÉRIEURE DE PHYSIQUE ET DE CHIMIE DE PARIS

Par M. G. DUPUY,
Chef de Travaux.

Résumé. — L'auteur décrit en détail un petit cyclotron dont le projet et la réalisation sont dus à un groupe d'élèves de l'École Supérieure de Physique et de Chimie de Paris. Cet instrument est utilisé à des fins pédagogiques.

Abstract. — The author describes in details a small cyclotron which has been designed and constructed by some students of the Ecole de Physique et Chimie in Paris. The instrument is used for educational purposes.

Nous avons entrepris en 1953 la construction d'un petit cyclotron pour les besoins de l'enseignement au laboratoire de Physique atomique de l'École.

L'étude et la mise au point de l'appareil ont été effectuées par des groupes d'élèves de quatrième année des promotions successives dont le temps de séjour au laboratoire est de vingt semaines par année scolaire. Ils ont eu à mettre en œuvre leurs connaissances dans les divers domaines de la Physique : magnétisme, haute fréquence, technique du vide, physique nucléaire, etc...

Les dimensions de l'appareil sont restreintes surtout pour des raisons budgétaires. M. R. Lucas, Directeur de l'École, a bien voulu nous aider et nous encourager ; qu'il veuille bien trouver ici nos remerciements pour l'appui et l'intérêt qu'il n'a cessés de manifester au cours de cette réalisation.

La construction a été presque totalement effectuée avec les moyens de l'École grâce à M. J. Luc, collaborateur technique, que nous nous voulons remercier tout particulièrement pour sa contribution et ses suggestions.

Les performances sont évidemment en rapport avec les dimensions du cyclotron. Actuellement, de façon courante on obtient un flux de protons dont l'énergie est de 600 000 électron-volts et dont l'intensité est de 6 microampères ; ce qui permet d'effectuer un très grand nombre de réactions nucléaires et d'investigations concernant l'émission des particules. Par la modification de la ligne haute fréquence, qui intentionnellement a été réglée primitivement sur une fréquence de 12 mégacycles, il sera possible d'élever l'énergie des protons jusqu'à 1 million d'électron-volts environ.

Principe du fonctionnement. — Je rappellerai très brièvement le principe de fonctionnement de cet accélérateur dû à Lawrence.

Une chambre étanche (*fig.* 1), dans laquelle on fait régner un vide élevé, contient deux électrodes creuses, semi-cylindriques, appelées dés. Elles sont disposées symétriquement et forment approximativement un cylindre, les bords rectilignes des dés étant séparés par un petit intervalle. La chambre est placée entre deux pôles d'un électro-

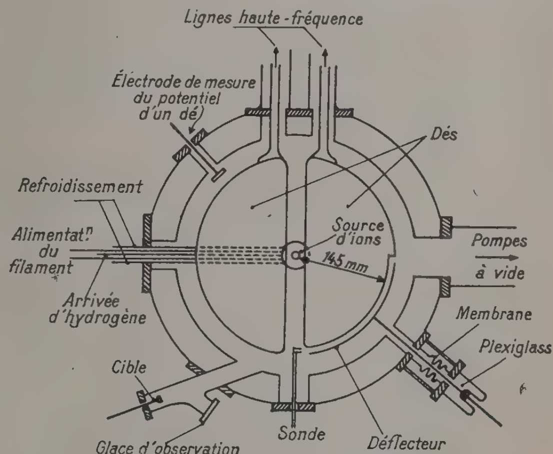


Fig. 1. — Schéma de la chambre du cyclotron.

aimant dont l'axe de révolution passe par le centre de symétrie des dés. Le champ magnétique d'induction, supposé uniforme, courbera la trajectoire des particules chargées issues d'une source d'ions, localisée entre les dés, au voisinage immédiat du centre de symétrie. Les dés sont soumis à une différence de potentiel alternative de fréquence convenable : soit $v = V_0 \sin 2\pi ft$.

Les ions, dont la charge positive est un multiple entier Z de la charge élémentaire e, sont accélérés, à partir du lieu de leur production, vers le dé qui est négatif à l'instant considéré ; en même temps le champ magnétique d'induction B courbe les trajectoires. Pour simplifier, nous supposerons que le champ électrique alternatif a toutes ses lignes de force parallèles au plan de symétrie des électrodes et perpendiculaires aux bords rectilignes des dés.

Dans cette hypothèse, les ions ont en partant de la source, une trajectoire qui se confond avec une des lignes de champ électrique en l'absence du champ B. Dès qu'une particule pénètre à l'intérieur d'un dé, celui-ci soustrait l'ion à toute action électrique, si on néglige les forces provenant des autres ions présents dans l'électrode, car il sert alors de cage de Faraday.

A l'intérieur, sous l'influence de B, la trajectoire d'une particule de masse M est circulaire et parcourue à vitesse constante v telle que

$$Mv^2/r = ZevB$$

on voit que la vitesse angulaire de rotation

$$\omega = v/r = ZeB/M \qquad (1)$$

est invariable à condition toutefois que B, M, Z restent constants.

Si, pendant le temps que la particule met pour décrire une demi-circonférence, la différence de potentiel alternative a changé de sens, l'ion sera de nouveau accéléré à son passage entre les dés. Désignons par V la valeur moyenne de la tension interélectrodes relative à la durée de passage ; l'énergie de la particule s'accroît de ZeV pendant la traversée et sa vitesse d'une quantité Δv telle que

$$ZeV = (1/2)\, M\, \Delta\, v^2.$$

Le rayon de courbure de la trajectoire sous l'autre électrode augmentera à son tour pour que l'équation (1) reste vérifiée. Le processus continuera tant que les ions se présenteront entre les dés à des instants favorables à l'accélération. Schématiquement, la trajectoire sera constituée à l'intérieur des électrodes par un ensemble de demi-circonférences dont les rayons croissent régulièrement et qui sont reliées tangentiellement à travers l'espace qui sépare les dés. Il y aura synchronisme, c'est-à-dire possibilité d'accélérations successives d'un ion, lorsque la demi-période $1/2f$, de la différence de potentiel appliquée entre les électrodes, sera égale au temps t qui s'écoule entre l'entrée et la sortie d'une particule dans un même dé ; or, comme nous avons

$$t = \frac{\pi r}{v} = \frac{\pi M}{ZeB}$$

t est indépendant du rayon ; c'est un invariant avec les hypothèses faites.

La condition de synchronisme, dite encore de résonance, est par suite

$$f = \frac{ZeB}{2\pi M}.$$

Quand elle est réalisée la particule quitte toujours un dé au moment où la tension accélératrice reprend la même valeur V. Après un certain nombre de révolutions la trajectoire a un rayon r, les ions ont subi n accélérations successives et possèdent une énergie cinétique

$$E = \frac{1}{2} Mv^2 = \frac{B^2 Z^2 e^2 r^2}{2M} = 2\pi^2 r^2 f^2 M \qquad (2)$$

ou encore puisque

$$(1/2)\; Mv^2 = nZeV$$

$$r = \sqrt{2MV/ZeB^2}.\sqrt{n}.$$

L'énergie des particules dépend donc seulement des valeurs de B^2 et de r^2. La loi de variation des rayons des trajectoires s'obtient à partir de (2)

$$2\Delta r/r = \Delta E/E.$$

Le Δr relatif à deux spires voisines à l'intérieur de la même électrode est, puisque dans ces conditions $\Delta E = 2\; ZeV$,

$$\Delta r = r.ZeV/E. \qquad (3)$$

Lorsque les particules accélérées sont des protons la fréquence de résonance exprimée en mégacycles par seconde est

$$f_p = 1{,}52\; B$$

B étant le champ d'induction en kilogauss.

On aurait avec les mêmes unités dans le cas des deutons

$$f_d = 0{,}76\; B.$$

L'énergie des ions en MeV est calculable facilement pour les protons et les deutons au moyen des formules

$$E_p = 0{,}48\; B^2\, r^2\, 10^{-4}$$

$$E_d = 0{,}24\; B^2\, r^2\, 10^{-4}$$

B étant toujours en kilogauss et r, rayon de la trajectoire finale, en centimètres.

Domaine relativiste. — Les choses deviennent moins simples quand les vitesses atteintes par les ions arrivent dans le domaine de correction relativiste ; la masse m des particules n'est plus constante, elle croît à chaque accélération. La condition de synchronisme, le champ d'induction étant toujours supposé constant, n'est plus satisfaite. Sur une trajectoire de rayon r la vitesse est inférieure à celle qu'on aurait à la résonance ; la particule arrive avec un retard de phase dans l'espace accélérateur ; les retards s'accumulent et s'amplifient avec l'énergie acquise jusqu'au moment où l'ion arrive entre les dés quand la différence de potentiel est nulle. Cette cause relativiste de déphasage limite l'énergie que l'on peut communiquer aux particules par ce procédé.

Pour compenser ces retards de phase il semble qu'il suffise, en donnant une forme convenable aux pièces polaires, de s'arranger pour que B croisse en même temps que r afin de maintenir constant le

rapport $f = \frac{ZeB}{2\pi M}$. Malheureusement une telle configuration radiale du champ va à l'encontre d'une condition impérative, celle d'obtenir une focalisation du faisceau d'ions dans le plan médian des dés pour ne pas en perdre une fraction trop importante. Pour cela il convient que B soit au contraire une fonction décroissante du rayon.

Ces deux conditions contradictoires font qu'en pratique l'énergie est limitée, pour des protons, à 30 MeV environ, bien qu'on ait cherché à restreindre le déphasage total en diminuant le plus possible le nombre des accélérations par l'application entre les dés de tensions très élevées tout en évitant la formation de décharges disruptives.

Focalisation électrique et magnétique. — Les études théoriques de Rose et Wilson ont montré que les trajectoires des ions étaient compliquées par des oscillations verticales. Nous avions supposé initialement que les lignes de force du champ électrique étaient rectilignes et parallèles au plan de symétrie horizontal des électrodes. Elles possèdent, en réalité, une certaine courbure, comme l'indique la figure 2. La composante verticale du champ agit

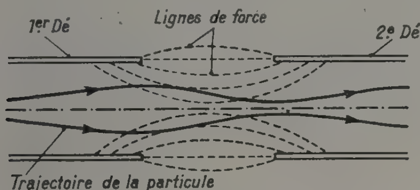


Fig. 2. — Focalisation électrique.

alors sur les particules dont la vitesse n'est pas dans le plan médian, qui est un plan de symétrie pour le champ. Un grand nombre de particules ont une vitesse oblique par rapport à ce plan ; aux faibles énergies par exemple, les chocs contre les molécules du gaz résiduel modifient la direction des vitesses. De toutes façons la composante verticale de la force électrique les entraîne plus ou moins vite vers les parois des dés où elles sont neutralisées. L'intervalle accélérateur fonctionne comme une lentille ionique. L'examen des lignes de champ électrique montre qu'une particule circulant à l'intérieur d'un dé, en s'écartant du plan médian, sera d'abord ramenée vers lui, puis s'en écartera. Ces deux effets ne se compensent pas exactement parce que l'énergie de la particule augmente et que le champ varie pendant la durée de passage.

Qualitativement on peut dire que le temps de séjour dans la partie divergente du champ est inférieur à celui passé dans la partie convergente puisque la vitesse de l'ion augmente, de sorte que des deux déplacements verticaux, le premier l'emporte ; il y a focalisation. L'effet est encore plus important, comme le montre le calcul, lorsque la particule franchit l'intervalle pendant la décroissance de la tension accélératrice.

La focalisation par le champ électrique n'a lieu qu'au voisinage du centre, dans la région où les ions n'ont pas encore une grande énergie ; elle peut être améliorée à plus grande distance grâce au champ magnétique d'induction. Dès que l'on s'approche de la périphérie des pièces polaires, les lignes de force ont une certaine courbure, la concavité est tournée du côté du centre de symétrie. La force de Lorentz d'origine magnétique agissant sur un ion en mouvement en dehors du plan médian

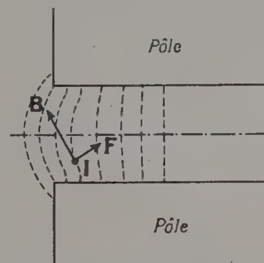


Fig. 3. — Focalisation magnétique. F force de Lorentz agissant sur l'ion I dont la vitesse est perpendiculaire au plan de la figure. (B champ d'induction magnétique en I.)

est dirigée vers ce plan (*fig.* 3). La décroissance radiale du champ, qui donne naissance à cet effet de focalisation, peut être provoquée ou amoindrie en modifiant l'entrefer. La mise en forme du champ se fait de façon empirique au moyen de couronne ou de disques de fer placés de part et d'autre de la chambre du cyclotron. La diminution du champ doit être faible afin de rester au voisinage de la résonance, l'ordre de grandeur étant de 1 à 2 % pour les raisons suivantes. La focalisation électrique étant bientot inefficace à une certaine distance du centre, il est avantageux de disposer l'orifice de la source d'ions au voisinage immédiat du plan médian pour avoir le plus grand nombre possible d'ions dont la vitesse initiale soit dans ce plan ; de plus on aura une intensité du faisceau d'ions plus grande en aidant la focalisation électrique par une focalisation magnétique obtenue en faisant décroître le champ d'induction, dès le centre, d'une valeur supérieure à celle de la résonance pour arriver finalement à une valeur inférieure.

La décroissance imposée au champ, le long d'un rayon, a pour conséquence une variation de la phase de la tension accélératrice correspondant à l'arrivée des particules entre les dés.

Puisque le champ au centre est supérieur à celui fixé par la condition de résonance, les ions arrivent en avance dans l'intervalle accélérateur ; le contraire a lieu, plus tard, quand les ions arrivent dans la région où le champ d'induction magnétique est devenu inférieur au champ de résonance.

Comme la phase initiale, ainsi qu'il a été dit,

doit être telle que le champ électrique aille en décroissant pendant la traversée de l'intervalle entre les électrodes, les particules dès les premières accélérations, arriveront entre les dés avec une avance croissante avec le nombre des passages. Il ne faut pas que cette accumulation d'avances les fasse arriver à l'instant où la tension appliquée entre les électrodes devient nulle ou négative. Il convient donc que les ions pénètrent dans la zone où le champ est inférieur à celui de la résonance avant cette éventualité. A partir de ce moment ils prendront régulièrement du retard à chaque passage. Le faisceau d'ions doit être utilisé, quand par suite des retards successifs, ils passent entre les dés alors que la tension passe par un maximum ; c'est dans ces conditions que la variation du rayon de la trajectoire entre deux traversées est la plus grande. Ainsi une fraction minime du faisceau rencontre la paroi verticale du dé quand il se présente à la fenêtre de sortie.

Description des divers éléments

L'électro-aimant. — Pour des raisons d'économie nous avons utilisé la carcasse d'un alternateur formée de deux demi-anneaux séparables de 104 cm de diamètre intérieur, de 41 cm de largeur et de 10 cm d'épaisseur, dont le poids est de 1 200 kg environ. Ce sont ces dimensions qui ont été impératives dans la suite du projet et qui limitent le champ d'induction qu'on peut obtenir dans l'entrefer. Le flux de fuites est en effet plus important dans un circuit magnétique de cette forme par rapport à celui qu'on aurait dans un circuit à section rectangulaire où les bobines d'excitation peuvent occuper une grande partie du volume disponible.

Les deux pièces polaires sont des cylindres d'acier doux de 50 cm de longueur et de 30,2 cm de diamètre, l'entrefer a été amené à la valeur fixée en plaçant entre les demi-anneaux des cales d'épaisseur convenable ; elles ont été retouchées jusqu'à obtenir un entrefer de hauteur constante à 1/10 de mm près. Nous avons choisi, pour avoir une bonne marge de sécurité quant à la tenue à l'élévation de température des bobines d'excitation (9 par pôles), du fil de cuivre de 1,3 mm de diamètre entouré par de la soie de verre imprégnée d'araldite qui garde ses qualités isolantes jusque vers 180°. Les faces de chaque bobine sont en contact avec des plateaux de cuivre par l'intermédiaire de disques minces de mécanite, le même matériau les isole des pièces polaires ; on a soudé sur la périphérie des plateaux des tubes de cuivre parcourus par un courant d'eau qui assure un refroidissement efficace.

La génératrice à courant continu qui alimente les bobines de champ débite au plus 32 ampères sous 220 volts. Le courant d'excitation de cette dynamo est fourni par un groupe indépendant. La mise en service de l'ensemble est effectuée à partir d'une cabine comportant les relais temporisés habituels. La chambre d'accélération a une hauteur intérieure de 70 mm. Le champ d'induction est constant dans l'entrefer à l'intérieur d'un cercle de 22 cm de diamètre, il décroît ensuite de 8 % quand on se trouve à 14,5 cm de l'axe des pôles, le champ au centre étant de 8 000 gauss. La décroissance radiale a été ramenée à 1 % environ par correction au moyen de plusieurs couronnes de tôle de diamètres intérieurs différents empilées dans l'entrefer.

Dans l'état actuel l'assujettissement du champ à la condition de résonance se fait manuellement. L'élévation de température des bobines d'excitation entraîne une variation de leur résistance ; l'équilibre de température est atteint en deux heures. Le champ est alors stable ; dans la période transitoire on corrige la dérive du champ en agissant sur le courant d'excitation de la génératrice au moyen d'un rhéostat.

Mesure du champ magnétique. — A côté des procédés classiques une des meilleures méthodes pour mesurer un champ magnétique d'induction à mieux que 10^{-4} près consiste à utiliser la résonance magnétique nucléaire. En principe les moments magnétiques des atomes s'orientent dans le champ magnétique, on provoque des transitions entre les différents états quantiques au moyen de champs magnétiques variables en haute fréquence de phase et de polarisation convenables. La condition de résonance magnétique nucléaire est

$$h\nu = \frac{\mu}{I} H$$

μ étant le moment magnétique du noyau, I le spin du noyau, ν la fréquence de résonance, H le champ d'induction magnétique.

Pour les protons $I = 1/2$ et

$$\mu = (1{,}4100 \pm 0{,}0002)\,10^{-23} \text{ dyne/cm/gauss.}$$

La fréquence de résonance est alors 42,6 mégacycles dans un champ de 10 000 gauss.

Quand on veut mesurer des champs plus élevés on utilise une solution de chlorure de lithium afin d'avoir des fréquences de résonance plus petites ($I_{\mathrm{Li}^7} = 3/2 \cdot \mu_{\mathrm{Li}^7} = 1{,}6443\ 10^{-23}$ dyne/cm/gauss).

Une condition essentielle est que l'inhomogénéité du champ ne soit pas trop grande. La variation du champ dans le volume du corps utilisé ne doit pas en effet être supérieure à 10 gauss au maximum. La sonde est constituée par un petite tube contenant environ un centimètre cube d'eau tenant en solution à faible concentration un sel paramagnétique : chlorure ferrique ou sel de manganèse. Le tube est placé dans une petite self dont l'axe est perpendiculaire au champ d'induction que l'on désire mesurer. Elle est alimentée par le courant haute fréquence d'un générateur étalonné.

L'effet Hall peut servir également à mesurer un

champ magnétique en utilisant un cristal de germanium généralement du type n ou mieux un cristal d'antimoniure d'indium. Taillé en forme de parallélépipède rectangle de 5 mm de longueur environ et placé perpendiculairement aux lignes du champ, il permet la mesure du champ local à 1 % près. Le coefficient de l'effet Hall est sous la dépendance de la température. Une variation de 10° entraîne une erreur de 4 % avec le germanium ; de même la résistivité du germanium est fonction du champ magnétique.

La chambre étanche et les dés (*fig.* 1). — La chambre est un anneau cylindrique en bronze de 360 mm de diamètre intérieur et de 460 mm de diamètre extérieur. La hauteur disponible à l'intérieur de l'enceinte est de 70 mm. Elle est fermée par deux couvercles d'acier doux dont l'épaisseur est de 20 mm jusqu'aux points situés à 180 mm du centre ; l'épaisseur varie brusquement alors et passe à 18 mm. C'est dans cette deuxième partie des deux couvercles que sont logés les joints toriques d'étanchéité en caoutchouc synthétique. Elle est munie d'un certain nombre d'ouvertures circulaires permettant la liaison avec les pompes à vide, le passage des conducteurs haute fréquence portant les dés et celui de l'alimentation de la source d'ions, de l'électrode déflectrice, etc... Toutes ces ouvertures sont rendues étanches par l'emploi de joints toriques. Les dés, portés à l'extrémité des conducteurs haute fréquence, peuvent être déplacés de l'extérieur au cours du fonctionnement du cyclotron. Dans ce but chacun des conducteurs horizontaux est lié à une tige isolante verticale en stéatite dont l'autre extrémité est solidaire d'une membrane en tombac compressible ou extensible de façon dissymétrique au moyen de trois vis de réglage. Les variations de position des dés influent sur l'intensité du faisceau d'ions reçu par une cible, qui peut être amené ainsi à sa valeur optima. Les dés sont refroidis par contact avec la ligne haute fréquence qui les supporte et qui, elle, est parcourue par un courant d'eau.

L'installation à vide. — Le volume à vider est de l'ordre de 20 litres. L'installation comporte un groupe de pompage : pompe à palettes, pompe à diffusion de vapeur d'huile, dont le débit avec robinet écran est de 150 litres seconde à 10^{-4} mm de mercure. Par un jeu de robinets, on peut faire le vide dans l'installation avec la pompe à palettes seule. Il a été fait usage pour réaliser les canalisations de tubes de cuivre qui servaient d'anodes pour des lampes de puissance et qui par conséquent ne présentaient pas de porosité. Tous les joints sont toriques en caoutchouc synthétique, ils sont écrasés dans des gorges par serrage. Le degré de vide est mesuré avec une jauge à ionisation, la pression obtenue est inférieure à 10^{-5} mm de mercure. En fonctionnement lorsque de l'hydrogène est envoyé dans la source d'ions la pression est de l'ordre de 10^{-4} mm. Un tube à décharge est également utilisé pour apprécier le vide obtenu avant de mettre dans le circuit la pompe à diffusion.

La source d'ions (*fig.* 4). — Après divers essais nous avons utilisé le type de source à décharge à

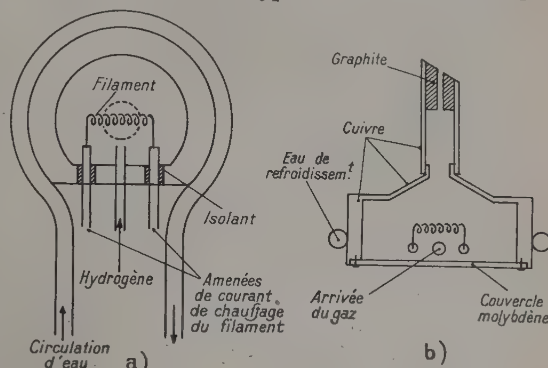


Fig. 4. — Source d'ions.

basse tension. Elle est constituée par une boîte plate, en cuivre, refroidie sur sa périphérie par de l'eau circulant dans un petit tube de cuivre. La face supérieure de la boîte porte un petit tube de cuivre amovible disposé parallèlement aux lignes de champ magnétique ; son extrémité est taillée obliquement. Il contient un morceau de graphite, percé suivant l'axe. Il occupe une fraction de la hauteur. Cette source est quasi ponctuelle ; le diamètre du canal est de 1,6 mm. A l'intérieur se trouve un filament de tungstène chauffé par un courant de haute fréquence. Le gaz (hydrogène, deutérium ou hélium) arrive dans la boîte par un petit tube de cuivre. Le débit est réglé par une fuite variable à volonté qui est un robinet à pointeau d'un modèle commercial. Les électrons sont accélérés par une différence de potentiel continue de 150 volts environ appliquée entre le filament et la boîte ; ils ionisent le gaz par choc.

Le courant atteint plusieurs centaines de milliampères quand la décharge d'arc est amorcée. Le champ magnétique agit sur le faisceau d'électrons et d'ions pour canaliser verticalement les trajectoires suivant les lignes de force. La décharge traverse un canal pratiqué dans le graphite ; à l'intérieur de la source la pression qui règne est de l'ordre de 1/100 mm de mercure. Le gaz s'écoule par le canal ; on fixe ses dimensions, qui dépendent de la vitesse de pompage, de sorte que la pression résiduelle dans la chambre du cyclotron soit seulement de 1 à $2 . 10^{-4}$ mm de mercure ; l'idéal étant d'avoir une pression élevée dans la source et inférieure à 10^{-4} mm dans la chambre. La tension haute fréquence de chauffage du filament, provenant de

deux triodes oscillatrices montées symétriquement, est amenée depuis la cabine par une ligne coaxiale dont l'impédance est adaptée. La puissance disponible est variable à volonté en agissant sur le primaire du transformateur qui alimente les lampes redresseuses.

En marche normale la puissance fournie au filament est de 70 watts. A la sortie de la source on recueille un courant d'ions dont l'intensité est de l'ordre de quelques milliampères ; il est formé de protons H^+ et de molécules une fois ionisées H_2^+. L'intensité du courant reçu sur la cible, placée sur les trajectoires des ions qui ont franchi l'ouverture de sortie pratiquée dans le dé, atteint 6 microampères. Cette valeur n'est pas la valeur limite ; elle a été augmentée jusqu'à 10 microampères en chauffant davantage le filament. En maintenant l'intensité à 6 microampères le filament a déjà fonctionné plus de 300 heures sans incident. L'orifice de sortie de la source se trouve approximativement dans le plan de symétrie horizontal des dés, les particules susceptibles de subir le cycle complet des accélérations étant celles qui pénètrent dans les cavités des électrodes au voisinage de ce plan. Des plaquettes de cuivre, fixées obliquement par rapport aux faces horizontales des électrodes, viennent près de l'orifice et augmentent l'émission utile de la source. La source d'ions est déplaçable de l'extérieur latéralement et verticalement pendant le fonctionnement ce qui permet de rechercher la position donnant le courant le plus intense sur la cible.

Générateur à haute fréquence (*fig.* 5). — Le montage choisi est du type oscillateur à circuit

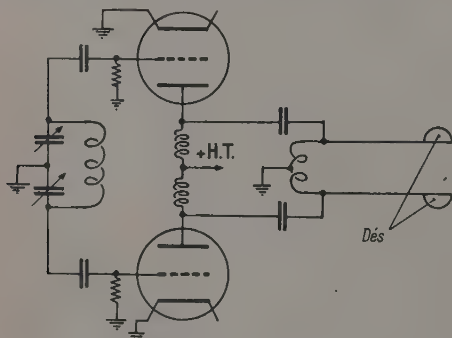


Fig. 5. — Schéma de l'oscillateur haute fréquence.

grille accordé ; les dés et les deux tubes de cuivre qui les supportent à une extrémité et qui sont réunis à l'autre par une self de quelques spires, constituent le cercuit anodique ; il est réglé pour qu'il fonctionne en quart d'onde.

Le générateur comprend deux triodes montées symétriquement ; ce sont des 3.T.4 000 refroidies chacune par un ventilateur placé sur le support. Elles sont susceptibles de dissiper une puissance maximum de 4 kilowatts. La ligne haute fréquence est ouverte ; les pertes par rayonnement sont plus importantes qu'avec une ligne fermée, mais le montage est plus simple, bien qu'il soit nécessaire d'isoler les deux lignes par rapport à la chambre du cyclotron, ce qui ne présente pas de difficultés particulières : les tensions utilisées ne dépassantpas quelques dizaines de milliers de volts.

L'isolement a été réalisé à partir de 4 lampes oscillatrices de puissance hors d'usage dont les anodes extérieures en cuivre faisaient corps avec une couronne de ferro-chrome soudée elle-même au ballon de verre.

Chacun des ballons a été divisé en deux pour éliminer le culot, puis, après avoir coupé une partie des anodes, les demi-ballons ont été associés par paire et resoudés. On a obtenu ainsi un ballon sur lequel sont soudés. 2 tubes aux extrémités d'un diamètre. Sur les portions d'anodes conservées on a brasé des couronnes de laiton assez épaisses, comportant un évidement pour loger un joint torique. La jonction avec la ligne haute fréquence est alors aisément effectuée.

L'alimentation anodique du type classique est filtrée. Lorsque la puissance demandée par la ligne devient trop grande, par exemple lors d'un court-circuit entre les dés et la masse au cours de réglage, un disjoncteur entre en action et coupe la tension anodique ; des milliampèremètres et voltmètres indiquent la tension anodique, le courant anodique moyen et le courant grille.

L'accord du circuit grille se fait par condensateur variable. La fréquence du circuit anodique peut être modifiée en faisant varier la longueur de la ligne par coulissement des tubes télescopiques ou en changeant le nombre de spires de la self placée en tête.

Initialement le circuit a été réglé sur une longueur d'onde de 24,9 mètres soit 12,04 mégacyles. Le champ magnétique de résonance correspondant est de 7 973 gauss.

Étude du montage. — L'étude de l'oscillateur peut être conduite de la manière suivante : On trace au moyen d'un émetteur étalonné la courbe de résonance du circuit de façon à pouvoir modifier les éléments pour se rapprocher de la fréquence choisie. En même temps, on détermine la qualité du circuit. Il reste à mesurer l'amplitude de la tension entre chacun des dés et la masse du cyclotron. Il est commode d'utiliser pour cela un kénotron dont la plaque est réunie à l'électrode dont on mesure le potentiel et la cathode à la masse par l'intermédiaire d'un condensateur shunté par une résistance importante de l'ordre de 10^8 ohms en série avec un microampèremètre. La capacité doit être, et de beaucoup, supérieure à la capacité interne du kénotron. Elle se charge quand la diode

est conductrice la différence de potentiel à ses bornes devient égale à la tension de crête, car l'intensité du courant traversant la résistance ne modifie pas de façon sensible la charge de la capacité puisque avec les valeurs choisies la constante de temps du circuit est très grande par rapport à la période des oscillations. Si on veut connaître pendant le fonctionnement du cyclotron la tension entre les dés on utilisera une petite sonde circulaire isolée de la chambre voisine d'un dé. Elle est reliée à une armature d'un condensateur dont l'autre armature est à la masse, on forme ainsi un diviseur capacitif. On mesure la tension aux bornes de ce condensateur avec un voltmètre électronique dont les indications sont reliées aux résultats obtenus par la méthode précédente.

Le cyclotron qui a été construit fonctionne avec une amplitude de tension entre les dés qui peut atteindre 16 000 volts.

Déflecteur. — Pour éviter les perturbations apportées par le champ magnétique dans le fonctionnement des montages électroniques détecteurs de particules on est amené à diriger le faisceau d'ions sur une cible située en dehors du champ ; en même temps la cible est en dehors du domaine d'action de la haute fréquence. La déviation est obtenue en général au moyen d'une différence de potentiel continue appliquée entre la masse et une électrode déflectrice : lame de cuivre parallèle à la paroi verticale du dé et qui est reliée au pôle négatif de la tension.

La force d'origine électrique agissant sur les ions est radiale, elle s'ajoute à la force centrifuge $f = Mv^2/r$; de cette égalité on déduit en prenant les différentielles logarithmiques des deux nombres

$$\mathrm{d}f/f = -\mathrm{d}r/r$$

en remarquant que Mv^2 reste constant.

La variation Δf de f provient du champ électrostatique h agissant sur l'ion de charge ze c'est hze on a donc très approximativement

$$-\frac{\Delta r}{r} = \frac{hze}{Mv^2/r}$$

ou, en désignant par V la différence de potentiel qui pourrait communiquer aux ions pris initialement au repos, leur énergie finale

$$-\Delta r/r = hr/2V \quad \text{puisque} \quad \left(\frac{1}{2}\right) Mv^2 = ZeV.$$

Cette relation permet de prédéterminer h quand on s'est fixé le rapport $\Delta r/r$ nécessaire pour amener les ions à passer en un point déterminé.

Le calcul n'est qu'approximatif car le champ entre le dé et le déflecteur qui agit sur les ions n'est pas constant. Les ions du faisceau pénètrent dans ce champ à peu près au milieu du dé où se trouve la fenêtre de sortie, c'est-à-dire à des instants pour lesquels le potentiel du dé est voisin de zéro et de toute façon va en croissant ; le champ augmente donc ce qui est favorable à la déflection ; il faut remarquer encore que les ions sont conduits vers la périphérie des pièces polaires où le champ magnétique diminue rapidement ce qui est une cause d'augmentation supplémentaire de rayon de courbure des trajectoires.

Après avoir ainsi calculé une valeur approchée du champ, on cherche à recevoir le faisceau sur la sonde, placée dans un cylindre fixé à la chambre et assez long pour que la cible soit en dehors des lignes de force du champ magnétique. En faisant varier le potentiel continu appliqué sur le déflecteur, le courant sur la cible passe par un maximum assez net. On peut ensuite agir sur la position de l'électrode déflectrice commandée à l'extérieur par la déformation d'une membrane. Il est commode d'ailleurs d'observer les dimensions et la position du faisceau en le recevant sur une sonde recouverte de sulfure de zinc fluorescent qui est vue à travers une glace obturant une ouverture de la chambre :

L'intensité du faisceau reçu par la cible est réduite de façon très importante d'environ 90 % après déflection. Les ions n'ayant pas tous été accélérés au même instant à la sortie de la source n'ont pas la même énergie, le faisceau a une certaine largeur par l'action du champ électrostatique. Un certain nombre d'ions vient rencontrer les parois et est perdu.

La tension continue alimentant le déflecteur est fournie par un montage redresseur classique ; elle peut varier à volonté de 2 000 à 30 000 volts. Une self de choc est intercalée entre l'électrode déflectrice et le pôle négatif de la haute tension ; un condensateur est placé en dérivation entre cette électrode et la masse de façon à ce que les charges variables en haute fréquence du déflecteur puissent s'écouler au sol sans traverser le montage fournissant la tension. L'électrode déflectrice est portée à l'extrémité d'une tige qui traverse un bloc de plexiglass servant d'isolant, la membrane et enfin une ouverture pratiquée dans la chambre du cyclotron. L'étanchéité est assurée à la manière habituelle.

Recherche des conditions de fonctionnement. — La mise en évidence du fonctionnement du cyclotron s'effectue au début au moyen d'une sonde : lame de cuivre ou de graphite portée à l'extrémité d'une tige rectifiée en acier inoxydable non magnétique. La tige peut coulisser dans un tube de plexiglas qui traverse une plaque de laiton obturant une ouverture circulaire pratiquée dans la chambre du cyclotron. La sonde est ainsi isolée électriquement de la masse ; l'étanchéité au vide est assurée par joints toriques pour la plaque et le tube, un petit joint, dont le diamètre intérieur est égal à celui de la tige, est écrasé à la manière

habituelle ; la sonde est facilement déplaçable sous vide entre les dés.

La sonde doit être placée à l'intérieur d'une boîte à parois de cuivre mince évidemment ouverte sur une face pour que les ions du faisceau puissent y pénétrer. Elle est reliée à la masse. La sonde est presque en contact avec la paroi verticale de la boîte la plus voisine du centre de la chambre. Ce blindage de la sonde est indispensable sinon le courant reçu par la cible est la somme du courant d'ions qui ont subi à partir de la source les accélérations normales successives et du courant provenant d'ions vagabonds beaucoup plus nombreux formés dans la chambre par le champ de haute fréquence appliqué sur les dés. Ces courants parasites empêchent l'observation de la résonance quand on fait varier le champ magnétique. La courbe du courant reçu par la sonde en fonction du champ doit passer par un maximum aigu alors que sans blindage on obtient des courbes présentant plusieurs maxima extrêmement peu prononcés et aplatis.

La largeur de la courbe de résonance permet d'apprécier le fonctionnement. Les courants sur la cible sont mesurés avec un galvanomètre de table à plusieurs sensibilités ; il est inséré entre la sonde et la masse et shunté par un condensateur servant de court-circuit pour les courants de haute fréquence qui pourraient traverser l'appareil de mesure.

Dès qu'on a obtenu une courbe de résonance il est facile de parfaire tous les réglages et de voir l'influence des anneaux de correction et de mise en forme du champ de façon à obtenir le maximum du courant reçu par la cible.

Utilisation du faisceau. — Les émulsions nucléaires permettent dans certains cas l'étude des réactions nucléaires dans la chambre même du cyclotron ainsi que la détermination de l'énergie finale des ions du faisceau. Elles sont commodes d'emploi par leur faible encombrement et leur sensibilité continue ; elles évitent d'avoir à dévier le faisceau par un champ électrostatique pour l'amener sur la cible dans une région où le champ magnétique a une influence négligeable sur les appareils électroniques de détection et où le champ de haute fréquence est sans action sur la cible.

Pour un petit cyclotron on évite ainsi une diminution considérable de l'intensité du faisceau qui est normalement petite car les ions du faisceau n'étant pas monocinétiques, leur déviation par un champ électrique auxiliaire conduit à un étalement important des trajectoires qui viennent rencontrer les parois. Le morceau de plaque nucléaire est placé derrière une petite ouverture pratiquée dans une boîte métallique qui le contient et protège l'émulsion de l'action des ions vagabonds et de la lumière provenant de la source d'ions. Le plan de l'émulsion est incliné de façon à ce que les particules la pénètrent sous une incidence voisine de l'incidence rasante. L'examen des trajectoires et la mesure de la mesure de leur longueur sont ainsi facilités.

Par cette méthode l'étude des désintégrations des éléments légers par les protons et les deutons est relativement facile ; on peut déterminer le spectre d'énergie des particules émises au cours de la réaction nucléaire et leur distribution angulaire ainsi que la section efficace.

Les cristaux scintillateurs concourent au même but, de plus certains d'entre eux sont sensibles aux photons γ, ils permettent l'étude des captures radiatives, des diffusions inélastique, etc...

Le cristal choisi suivant le rayonnement à détecter, est placé au voisinage de la cible il doit être recouvert d'un film mince opaque à la lumière toujours présente dans la boîte du cyclotron. Il est en contact optique avec un guide lumière constitué par un cylindre de quartz ou de plexiglas enfermé dans un tube d'un métal non magnétique. Les scintillations sont transmises par une suite de réflexions totales jusqu'à un photomultiplicateur ainsi éloigné du champ magnétique. Le tube comporte un épaulement qui s'appuie sur la boîte du cyclotron, l'étanchéité étant assurée toujours par un joint torique.

Manuscrit reçu le 14 janvier 1958.

BIBLIOGRAPHIE

Articles généraux :

LIVINGSTONE, *J. Appl. Physics*, 1944, **15**, 2 ; 1944, **15**, 128.

WILSON, Theory of the cyclotron. *J. Appl. Physics*, 1940, **11**, 781.

ROSE (M. E.), *Phys. Rev.*, 1938, **59**, 206 et 675.

BARIAUD, Le cyclotron (article paru dans « Les accélérateurs de particules ». Édition de la Revue d'Optique théorique et expérimentale, 1950).

NAHMIAS, Machines atomiques. Édition de la Revue d'Optique théorique et expérimentale, 1950.

HENDERSON (M. C.) et WHITE (M. G.), *Rev. Sc. Instr.*, 1938, **9**, 19.

Source d'ions :

LIVINGSTONE, *Rev. Mod. Physics*, 1946, **18**, 293.

HOYAUX (M.) et DUJARDIN (I.), *Nucleonics*, mai-juin, 1949.

Émulsions nucléaires :

ROTBLAT (J.), *Progress n Nuclear Physics*, 1950, **1**.

YAGODA, Radioactive measurements with nuclear emulsions, N. Y., 1949.

SIMENEZ et LABEYRIE, *J. Physique Rad.* (Phys. Appl.), 1954, **15**, 38 A.

Scintillateurs :

CURRAN, Luminescence and the scintillation counter, Butterworth Scientific publications, 1953.

Le vide :

SURUGUE (J.), Techniques du Laboratoire de Physique. Éditions du C. N. R. S., 1957, **1**.

Mesure du champ d'induction magnétique :

GRIVET (P.) ET SES COLLABORATEURS, La résonance paramagnétique nucléaire. Édition du C. N. R. S., 1955.

ROSS et SAKER, Applications of InSb. *J. Electronics*, 1955, 223.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM
PHYSIQUE APPLIQUÉE

SUPPLÉMENT AU N° 4.
TOME 19, AVRIL 1958, PAGE 35 A.

DOSAGE RADIOMÉTRIQUE RAPIDE DE L'URANIUM ET DU THORIUM DANS LES MINERAIS COMPLEXES

Par G. JURAIN et J. P. MAILLOT,
Centre de Recherches Radiogéologiques, Nancy.

Résumé. — Exposé d'une méthode radiométrique rapide de dosage de l'uranium et du thorium dans des minerais complexes.
Elle utilise fondamentalement deux mesures d'activité gamma à l'aide d'un ensemble à scintillation NaI(Tl) en se plaçant à deux valeurs différentes du gain du préamplificateur. On obtient ainsi deux résultats qui, associés aux résultats obtenus au cours d'étalonnage, permettent le calcul de la teneur en U et Th. Cette méthode de dosage s'applique uniquement à des minerais en équilibre radioactif.

Abstract. — A rapid radiometric method for the determination of uranium and thorium in complex ores.
We use fundamentally two gamma-activity-measurements, with the aid of an assembly of NaI(Tl) scintillation detectors by fixing two different values of gain of the preamplificator. Thus we obtain two results which associated with those obtained by standardisation, allow the calculation of the percentage of U and Th.
This method is only applicable for ores in radioactive equilibrium.

La méthode décrite ici permet un dosage rapide de l'uranium et du thorium dans des minerais complexes à teneur moyenne, à l'aide d'un ensemble de détection à cristal d'iodure de sodium activé au thallium. Une pesée suivie de deux mesures d'activité γ permettent par un calcul simple, et après étalonnage du dispositif, d'obtenir les deux teneurs.

Introduction. — Le dosage de l'uranium et du thorium dans les minerais se fait classiquement par voie chimique (oxydo-réduction de U^4 à U^6 pour l'uranium ; précipitation de l'oxalate, grillage et gravimétrie de ThO_2 pour le thorium [1]). Radiométriquement on peut étudier les rayonnements α des familles U et Th à l'aide des plaques pour usages nucléaires [2], ou par scintillation sur écran de sulfure de zinc activé à l'argent [3]. Les rayonnements γ permettent également un tel dosage, soit par méthode au compteur de Geiger-Müller [4], soit par scintillation sur cristal de NaI activé au thallium.

Il nous fallait une méthode simple, rapide, de précision moyenne et permettant avec un personnel non entraîné, et un matériel simplifié et robuste, de communiquer en très peu de temps les résultats des teneurs en U et Th, aux différents stades du traitement physique d'enrichissement d'un minerai complexe uranifère et thorifère (uranothorianite) ; ces conditions éliminaient le dosage chimique, long et pénible, le dosage α par plaques nucléaires (longues manipulations pour le développement et le dépouillement des plaques impressionnées), et le dosage α par scintillation, délicat et perturbé par le radon.

Méthode employée. — Il ne nous restait donc que le comptage γ par scintillation. Mais nous avons d'emblée éliminé le dosage par spectrométrie [5] du fait de l'importance et de la complexité de l'appareillage.

Principe. — Le nombre d'impulsions est proportionnel à la quantité de corps radioactif et la hauteur d'impulsion, dans ce comptage, est fonction de l'énergie d'émission, énergie qui, dans les familles U et Th, s'étend de quelques keV à 2,62 MeV. En traçant la courbe représentant en ordonnées la variation d'intensité du rayonnement et en abscisses une discrimination d'énergie (hauteur des impulsions admises dans le système numérateur), on observera une différence suivant la nature des émetteurs de la famille en équilibre avec ses produits de filiation.

Si, pour une énergie donnée, 1 gramme d'uranium donne une ordonnée y_1 et 1 gramme de thorium une ordonnée y_2, un mélange de k gramme d'U et de l gramme de Th donnera une courbe dont les ordonnées seront :

$$y = k.y_1 + l.y_2.$$

Or, sans tracer la courbe, si l'on se place à deux abscisses d'énergie différentes, m et n, on aura pour les intensités

$$\text{en } m : \quad y_m = k.y_{1m} + l.y_{2m}$$

$$\text{en } n : \quad y_n = k.y_{1n} + l.y_{2n}$$

donc deux équations permettant le calcul de k et l. Dans ce système, y_m et y_n représentent respectivement le nombre d'impulsions enregistrées aux

deux abscisses d'énergie m et n. Par un étalonnage judicieux, on pourra appliquer la méthodes à des échantillons de teneurs inconnues (fig. 1).

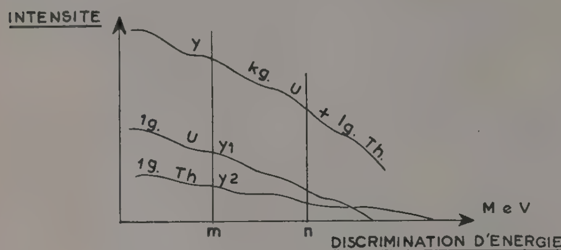


Fig. 1.

Appareillage. — L'appareillage utilisé est constitué : d'un détecteur à scintillation équipé d'un cristal de NaI activé au thallium fabriqué par Harshaw, de dimensions 25 mm × 25 mm, couplé optiquement avec un photomultiplicateur « Radiotechnique » type AVP 50 [1], celui-ci étant relié à un préamplificateur DCS.I Gabon construit sous licence C. E. A. par L. I. E. [2] ; d'un bloc de comptage RPN3 « Mesco » [3] muni d'une haute tension et permettant, soit un comptage prédéterminé, soit une durée prédéterminée de ce comptage. (Ce bloc peut aussi admettre l'utilisation d'un passeur d'échantillons automatique, avec enregistrement des résultats) ; le bloc et le scintillateur sont complétés par un support de sources qui donne une géométrie bien définie, semblable pour toutes les expériences. Les sources sont constituées par des coupelles d'aluminium d'environ 29 mm de diamètre, contenant 2 grammes de l'échantillon réduit en poudre.

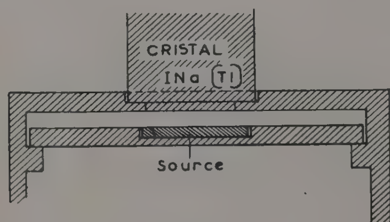


Fig. 2.

Le préamplificateur du détecteur a été modifié pour permettre l'entrée des impulsions dans le bloc RPN3. En effet, la hauteur maxima des impulsions admises dans ce bloc doit être de 5 volts au lieu de 12 volts pour les autres blocs de comptage. Il a donc fallu supprimer un étage de préamplification. Cette modification n'entraîne pas de variation de la valeur des gains de ce préamplificateur, qui demeurent respectivement 0,15, 1,5 et 15.

Tout l'appareillage est placé dans une pièce où le mouvement propre est relativement faible (le château de plomb ayant été éliminé pour permettre un transport aisé de l'ensemble).

Mode opératoire. — Deux échantillons ayant été l'objet d'un grand nombre de dosages chimiques servent d'étalons. Il s'agit d'uranothorianites contenant respectivement :

a)	20,0 % d'U	54,5 % Th
b)	5,1 % d'U	74,7 % Th.

Deux grammes de poudre sont placés dans la nacelle et soumis au comptage dans la géométrie déjà définie. Les manipulations consistent en :

1° *Étalonnage.* — A) Mesure du mouvement propre aux deux gains 0,15 et 1,5, les deux gains correspondent aux deux énergies m et n. Ces mesures sont exécutées pendant un temps suffisamment long pour intégrer les fluctuations. B) Mesure du nombre d'impulsions aux deux gains pour l'étalon (a). Après déduction du mouvement propre, on obtient la participation propre de cet étalon. C) Mesure du nombre d'impulsions aux deux gains pour l'étalon (b).

Soient y_{m_1} et y_{n_1} les comptages que l'on aurait respectivement observés aux deux gains pour 1 % d'uranium.

De même, soient y_{m_2} et y_{n_2} les comptages que l'on aurait relevés aux deux gains pour 1 % de thorium.

Les participations propres observées dans les expériences B) et C) seront :

B)
$$y_{ma} = k_a \cdot y_{m_1} + l_a \cdot y_{m_2} \qquad (1)$$
$$y_{na} = k_a \cdot y_{n_1} + l_a \cdot y_{n_2} \qquad (2)$$

C)
$$y_{mb} = k_b \cdot y_{m_1} + l_b \cdot y_{m_2} \qquad (3)$$
$$y_{nb} = k_b \cdot y_{n_1} + l_b \cdot y_{n_2}. \qquad (4)$$

k_a et l_a représentant respectivement les pourcentages en U et Th de l'échantillon (a), k_b et l_b ceux de l'échantillon (b).

Les équations (1), (2), (3) et (4) permettent par conséquent de calculer les quatre constantes y_{m_1}, y_{m_2}, y_{n_1}, y_{n_2}.

2° *Mesures.* — On procède au comptage du nombre d'impulsions aux deux gains pour l'échantillon de teneurs inconnues U et Th.

Après déduction du mouvement propre, on obtient deux valeurs

$$y_{mx} = \mathrm{U} \cdot y_{m_1} + \mathrm{Th} \cdot y_{m_2} \qquad (5)$$
$$y_{nx} = \mathrm{U} \cdot y_{n_1} + \mathrm{Th} \cdot y_{n_2} \qquad (6)$$

[1] La Radiotechnique, 130, avenue Ledru-Rollin, Paris (11e).
[2] L. I. E. Laboratoire Industriel d'Électricité, 41, rue Émile-Zola, Montreuil.
[3] Mesco, 14, rue René-Coche, Vanves (Seine).

avec :

$$y_{m1} = \frac{l_b \cdot y_{ma} - l_a \cdot y_{mb}}{l_b\, k_a - l_a\, k_b}$$

$$y_{m2} = \frac{k_a \cdot y_{mb} - k_b \cdot y_{ma}}{l_b\, k_a - l_a\, k_b}$$

$$y_{n1} = \frac{l_b \cdot y_{na} - l_a \cdot y_{nb}}{l_b\, k_a - l_a\, k_b}$$

$$y_{n2} = \frac{k_a \cdot y_{nb} - k_b \cdot y_{na}}{l_b\, k_a - l_a\, k_b}.$$

Les valeurs de U et de Th peuvent s'écrire :

$$U = \frac{y_{nx} \cdot y_{m2} - y_{mx} \cdot y_{n2}}{y_{m2} \cdot y_{n1} - y_{m1} \cdot y_{n2}} \quad (7)$$

$$Th = \frac{y_{mx} \cdot y_{n1} - y_{nx} \cdot y_{m1}}{y_{m2} \cdot y_{n1} - y_{m1} \cdot y_{n2}}. \quad (8)$$

3° *Exemple de manipulation.* — Nous avons disposé ci-dessous un tableau montrant les opérations successives. (Les résultats sont ramenés au même temps de comptage 1 minute.)

	Gain 0,15		Gain 1,5	
Mouvement propre	3		517	
Étalon (a)	1 046	(1 033)	49 833	(49 316)
Étalon (b)	1 167	(1 154)	40 005	(39 488)
Inconnu	884	(871)	41 327	(40 810)

Les valeurs entre parenthèses représentent la participation propre de la source (c'est-à-dire la valeur enregistrée dont on déduit le mouvement propre).

Dans ce tableau, par application des formules (7) et (8), on obtient les pourcentages U et Th assez rapidement.

Généralisation et limites de la précision du procédé. — Ne disposant malheureusement pas d'un troisième étalon suffisamment bien dosé pour vérifier la validité générale du procédé, nous n'avons eu qu'une confirmation indirecte de cette validité. Nous avons modifié très légèrement la valeur d'une résistance du préampli, faisant varier du même coup la valeurs des gains (de façon très faible). Les coefficients d'étalonnage s'en sont trouvés totalement changés.

Avant modification

$y_{m1} = 11{,}63$
$y_{m2} = 14{,}66$
$y_{n1} = 1\,258$
$y_{n2} = 443$

Après modification

$y_{m1} = 58{,}9$
$y_{m2} = 25{,}8$
$y_{n1} = 1\,672$
$y_{n2} = 520$

Nous résumons dans le tableau suivant les valeurs obtenues dans les deux cas.

TABLEAU

Échantillons	Avant modification		Après modification		Chimie	
	U	Th	U	Th	U	Th
Uranothorianite (201 n° 7)	16,2 %	46,2 %	15,8 %	45,5 %	16,0 %	28, %
Monazite n° 1	0,3 %	9,3 %	0,5 %	8,7 %	0,3 %	8,3 %
Monazite RA 36	0,0 %	13,4 %	0,3 %	13,0 %	0,3 %	12,6 %
Monazite RA 43	0,8 %	4,1 %	0,7 %	4,4 %	—	—
Monazite n° 2	0,3 %	8,1 %	0,2 %	8,5 %	—	—
Thorianite RA 57	8,5 %	75,5 %	9,6 %	72,8 %	8,9 %	72,6 %
Thorianite n° 7	5,1 %	17,7 %	4,7 %	16,5 %	—	—

La méthode voit sa précision limitée par différents facteurs dont les principaux sont l'erreur sur la pesée et la fluctuation dans le comptage. Ajoutons encore le défaut d'homogénéité des poudres échantillons. L'erreur sur la pesée est de 5 mg environ, soit 1/400 sur les deux grammes que contient la coupelle. L'erreur sur le comptage sera beaucoup plus importante, car, si l'on veut une méthode rapide, on limite volontairement la durée des comptages. Or la fluctuation est distribuée suivant une loi de Poisson. Elle diminue lorsque le nombre d'impulsions comptées augmente. On a plus précisément une probabilité de 0,68 de faire une erreur inférieure ou égale à $1/\sqrt{n}$, où n est le comptage enregistré. L'erreur quadratique moyenne ainsi définie sera pour un comptage de 10 000 impulsions, 1/100 en valeur relative. En pratique, il faudra faire des comptages de cet ordre.

La limite inférieure de la méthode, dans les conditions où elle est appliquée, se situe aux environs de 0,5 à 1 % de teneur globale des deux éléments U et Th. Cette limite peut se reculer par utilisation : d'un château de plomb qui diminue le mouvement propre, mais alourdit considérablement l'appareillage ; d'un cristal d'iodure de sodium à puits, qui permet d'utiliser une plus grande quantité de poudre échantillon (aux environs de 5 à 10 grammes).

Conclusion. — La méthode décrite permet de doser l'uranium et le thorium en effectuant deux mesures d'activité γ à l'aide d'un détecteur à scin-

tillation, sur un échantillon finement broyé d'un poids de deux grammes.

Cette méthode s'applique à tous les minerais n'ayant subi que des traitements mécaniques, à l'exception des traitements chimiques susceptibles de modifier l'équilibre entre les différents produits de filiation des deux familles. Elle peut être conduite par un personnel non spécialisé avec un appareillage couramment utilisé et très maniable. Sa précision est satisfaisante, lorsqu'on a à étudier des phases d'enrichissement physique et que les teneurs ont atteint des valeurs notables.

Manuscrit reçu le 28 janvier 1958.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Burstall et Williams (A. F.), Handbook of chemical methods for the determination of U in minerals and ores, London, 1950. Rodden (C. J.), Analytical Chemistry of U. *Analytical Chemistry*, 1953, **25**, n° 11, 1598. Kall (H. L.) et Gordon (L.), *Analytical Chemistry*, 1953, **25**, 1256.

[2] Yagoda (H.), Radioactive measurements with nuclear emulsion, p. 160-165 (J. Wiley), New York, 1949. Coppens (R.), Sur l'emploi de l'émulsion photographique pour la détermination de la radioactivité des roches par l'examen des trajectoires. *J. Physique Rad.*, 1950, **11**, 21.

[3] Birks (J. B.), Scintillation counters. Pergamon Press, London, 1953.

[4] Barusta (A. M.) et Palacios (J.), Analyse des minerais complexes d'U et de Th par mesure de leur rayonnement. Actes de la Conférence Internationale pour l'Utilisation Pacifique de l'Énergie Atomique, Genève 1956, vol. VIII, 278-283. Golbeck (G. R.), Matreev (V. V.) et Chliapnikov (R. S.), Méthodes physiques pour le dosage de l'U, du Th et du Ra des minerais radioactifs. Actes de la Conférence Internationale de Genève, 1956, vol. VIII, 271-278.

[5] Keller (P.), Dosage de l'U et du Th par la spectrométrie γ. *C. R. Acad. Sc.*, 1957, **244**, 762-765.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM
PHYSIQUE APPLIQUÉE

SUPPLÉMENT AU N° 4.
TOME 19, AVRIL 1958, PAGE 39 A.

ÉTUDE DU COMPORTEMENT THERMODYNAMIQUE DES RÉACTEURS NUCLÉAIRES (1)

Par G. FOURNET,
Société Alsacienne de Constructions Mécaniques, Paris.

Résumé. — Nous avons établi — au moyen d'une approximation mathématique — des expressions monômes des différents paramètres régissant le comportement thermodynamique d'un type très général de réacteur nucléaire. Nous pouvons ainsi prévoir immédiatement les conséquences d'une modification quelconque des données de base du réacteur.

Abstract. — By means of a mathematical approximation we obtain monomial expressions of different parameters governing the thermodynamical behaviour of a very general type of nuclear reactor. Thus we can foresee immediately the consequences of any modification of fondamental reactor data.

1. **Introduction.** — C'est grâce à la circulation d'un fluide de refroidissement que l'on peut en général extraire une certaine puissance d'un réacteur nucléaire ; l'étude du comportement thermodynamique d'un réacteur est donc particulièrement importante.

Le but de notre présent travail est d'établir une méthode de calcul de ce comportement et de déterminer ainsi, en régime permanent, les valeurs des différents paramètres (débit, températures, pertes de charge) définissant l'état de ce fluide de refroidissement.

La structure mathématique des équations définissant les échanges de chaleur est telle qu'il paraît impossible d'obtenir des expressions maniables de ces différents paramètres ; la conséquence d'une modification d'une donnée de base du réacteur ne peut être connue qu'après de longs calculs numériques. Nous nous sommes donc attachés à essayer de trouver au moyen d'approximations mathématiques convenables *une expression monôme* des différents paramètres thermodynamiques et de pouvoir ainsi prévoir immédiatement les conséquences d'une modification quelconque des données.

2. **Modèle de réacteur.** — Nous supposons que la partie active du réacteur de forme générale cylindrique (rayon R, longueur $2H$) présente un certain nombre de canaux régulièrement répartis et tous parallèles à l'axe du cylindre Oz. Nous faisons l'hypothèse que la répartition macroscopique du flux Φ de neutrons thermiques est régie par une loi du type

$$\Phi(r, z) = \Phi_0 \, J_0(ar) \cos bz \qquad (1)$$

où r désigne la distance d'un point quelconque à l'axe Oz de la partie active et z la distance de ce point au plan médian de la pile perpendiculaire à l'axe Oz.

Dans chacun des canaux ménagés dans le modérateur, se trouve disposée une substance fissible. Toutes les sections de tous les canaux sont identiques ; la substance fissible au centre, est entourée d'une gaine qui l'isole du fluide ; cette gaine peut comporter des dispositifs augmentant les échanges de chaleur et nous désignons par l le « périmètre efficace » d'une section de la gaine. La section offerte au passage du fluide est S.

Nous supposons que toute la production de chaleur a lieu dans la substance fissible et que la circulation du fluide doit être telle qu'en aucun cas, la température superficielle t_G des gaines ne puisse dépasser une valeur T_G (cf. chapitre 8).

Nous supposerons également que les écoulements ont lieu en régime turbulent et que la valeur du coefficient d'échange h est fournie par la relation

$$hD/\lambda = 0{,}023\, \mathcal{R}^{0,8}\, \mathcal{P}^{+1/3} \qquad (2)$$

où D est le diamètre hydraulique, λ la conductibilité thermique du fluide, $\mathcal{R}$ et $\mathcal{P}$ les nombres de Reynolds et Prandtl.

3. **Établissement des équations générales.** — La répartition macroscopique du flux de neutrons thermiques étant donnée par (1), la puissance dissipée dans une tranche de longueur dz de substance fissible est

$$AJ_0(ar) \cos bz \, dz \qquad (3)$$

quand r et z sont les coordonnées moyennes de cette tranche.

Si, suivant les notations habituelles [1], on désigne par x_1 le « rayon équivalent » de la cellule que l'on attribue à chaque canal, le nombre des canaux du réacteur sera

$$\frac{\pi R^2}{\pi x_1^2} = \frac{R^2}{x_1^2}$$

(1) Le présent travail a été développé à partir d'études entreprises par la S. A. C. M. pour le compte du C. E. A. ; ces études avaient donné lieu aux rapports SACM LT 463 (juin 1953) et LT 469 (juillet 1953) et plus particulièrement au rapport LT 509 d'avril 1954.

et la longueur totale des barreaux de substance fissible est ainsi

$$\frac{R^2}{x_1^2}2\text{H}.$$

La valeur moyenne $\bar{A}$ de la densité linéaire de puissance dissipée dans un barreau est donc

$$\bar{A} = \frac{P}{\frac{R^2}{x_1^2}2H}$$

quand P désigne la puissance neutronique totale de la pile et que l'on suppose que toute la production de chaleur a lieu dans la substance fissible.

Si on désigne par α (variable r) et β (variable z) les rapports entre la valeur maximum de cette densité de puissance et sa valeur moyenne, on obtient dans le sens radial

$$\alpha = \frac{1}{\frac{1}{\pi R^2}\int_0^R J_0(ar)\,2\pi r\,\mathrm{d}r} = \frac{\pi R^2}{\frac{2\pi}{a^2}\int_0^R J_0(u)\,u\,\mathrm{d}u} = \frac{aR}{2J_1(aR)}$$

et dans le sens longitudinal

$$\beta = \frac{1}{\frac{1}{H}\int_0^H \cos bz\,\mathrm{d}z} = \frac{bH}{\sin bH}.$$

Le paramètre A de l'expression (3) est alors défini par

$$A = \bar{A}\,\alpha\beta = \frac{Px_1^2}{2R^2H}\alpha\beta = \frac{Px_1^2}{2R^2H}\cdot\frac{aR}{2J_1(aR)}\cdot\frac{bH}{\sin bH}.$$

Pour obtenir les équations de base régissant le comportement thermodynamique du réacteur, nous considérons les phénomènes thermiques dont un canal, situé à une distance r du canal central, est le siège ; les températures de la gaine et du fluide dans une tranche dz dont les coordonnées moyennes sont r et z sont respectivement notées $t_G(r, z)$ et $\theta(r, z)$.

La première équation est obtenue en écrivant l'égalité entre d'une part, la puissance transmise de la gaine au fluide qui circule dans le canal — soit pour une tranche de canal de longueur dz

$$hl[t_G(z, r) - \theta(z, r)]\,\mathrm{d}z$$

où h désigne le coefficient d'échange, l le périmètre efficace de la gaine — et d'autre part, la puissance dissipée dans la substance fissible

$$AJ_0(a, r)\cos bz\,\mathrm{d}z.$$

La première équation est ainsi

$$hl[t_G(z, r) - \theta(z, r)] = AJ_0(ar)\cos bz. \qquad (4)$$

La deuxième équation peut être obtenue en écrivant que la puissance fournie au fluide sert à augmenter sa température d'une quantité définie par

$$hl[t_G(z, r) - \theta(z, r)]\,\mathrm{d}z = GSC\,\mathrm{d}\theta$$

(C est la chaleur spécifique du fluide, G le débit massique unitaire) d'où

$$\frac{\partial\theta(z, r)}{\partial z} = \frac{1}{G(r)\,SC}\cdot AJ_0(a, r)\cos bz. \qquad (5)$$

4. **Pile à fente.** — 4.1. DÉTERMINATION DU DÉBIT MASSIQUE UNITAIRE DE CHAQUE CANAL. — Nous allons maintenant appliquer les équations générales que nous venons d'indiquer au cas d'une pile à fente ; l'entrée du gaz (à la température θ_0) dans chaque demi-canal (compris entre la fente

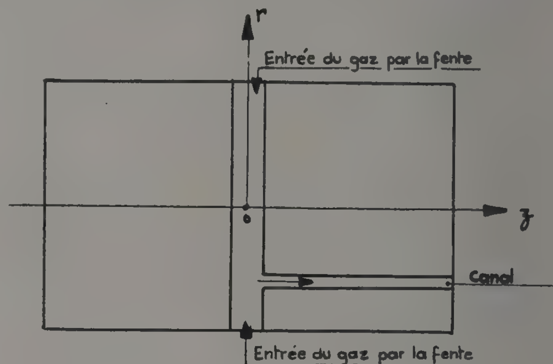


FIG. 1. — Schéma d'une pile à fente.

et une extrémité du réacteur (cf. *fig.* 1)) se fait dans le plan $z = 0$ de sorte que l'équation (5) peut s'intégrer sous la forme

$$\theta(z, r) - \theta_0 = \frac{AJ_0(a, r)}{G(r)\,SC}\int_0^z \cos bz\,\mathrm{d}z$$

soit

$$\theta(z, r) - \theta_0 = \frac{AJ_0(ar)\sin bz}{G(r)\,SCb}. \qquad (6)$$

La température de la gaine $t_G(z, r)$ est donc fournie par

$$t_G(z, r) - \theta_0 = AJ_0(ar)\left\{\frac{\cos bz}{hl} + \frac{\sin bz}{G(r)\,SCb}\right\}. \qquad (7)$$

Dans le modèle de réacteur que nous considérons, nous savons que la température des gaines doit être inférieure à une température limite T_G ; la valeur maximum de (7) devra donc être pour chaque canal (repéré par r) inférieure à T_G. Le calcul de

$$\frac{\partial t_G(r, z)}{\partial z} = bAJ_0(ar)\left\{-\frac{\sin bz}{hl} + \frac{\cos bz}{G(r)\,SCb}\right\}.$$

fournit pour valeur z_M de z correspondant au maximum de (7)

$$\frac{\sin bz_M}{\cos bz_M} = \frac{hl}{G(r)\,SCb};$$

nous obtenons donc pour la valeur maximum de (7)

$$t_G(r, z)_{\max} - \theta_0 = A J_0(ar) \sqrt{\frac{1}{h^2 l^2} + \frac{1}{G^2(r) S^2 C^2 b^2}}. \quad (8)$$

Le débit massique unitaire du canal se trouvant à la distance r de l'axe de la pile est par conséquent défini par :

$$\frac{T_G - \theta_0}{A J_0(ar)} = \sqrt{\frac{1}{[h(r) l]^2} + \frac{1}{[b G(r) SC]^2}}. \quad (9)$$

La relation fournissant la valeur du coefficient d'échange h étant mise sous la forme (cf. (2))

$$h = 0{,}023 \; CG \, (\mathcal{R})^{-0,2} \, \mathcal{P}^{-2/3},$$

soit tous calculs faits

$$h = 0{,}023 \; C\mu^{+0,2} \, \mathcal{P}^{-2/3} . D^{-0,2} . G^{0,8},$$

nous pouvons poser

$$hl = s . G^{0,8} \quad (10)$$

avec

$$s = 0{,}023 . C\mu^{0,2} \, \mathcal{P}^{-2/3} . D^{-0,2} \, l. \quad (11)$$

De même, nous écrirons pour simplifier des expressions ultérieures

$$bSCG \equiv t . G \, ; \quad (12)$$

l'équation (9) devient ainsi

$$\frac{T_G - \theta_0}{A J_0(ar)} = \sqrt{\frac{1}{s^2 \, G^{1,6}} + \frac{1}{t^2 \, G^2}}. \quad (13)$$

La méthode de calcul développée dans l'annexe I permet, après avoir posé

$$\frac{1}{s G^{0,8}} = k \frac{1}{tG} (1 + \varepsilon + \ldots)$$

soit

$$k = \frac{t}{s} G^{0,2} (1 - \varepsilon \ldots), \quad (14)$$

d'obtenir (cf. (68))

$$\frac{T_G - \theta_0}{A J_0(ar)} = \frac{\sqrt{k^2 + 1}}{k^{\frac{k^2}{k^2+1}}} \left(\frac{1}{s G^{0,8}}\right)^{\frac{k^2}{k^2+1}} \left(\frac{1}{tG}\right)^{\frac{1}{k^2+1}}$$

soit

$$\frac{T_G - \theta_0}{A J_0(ar)} = \frac{\sqrt{k^2 + 1}}{k^{\frac{k^2}{k^2+1}}} . s^{-\frac{k^2}{k^2+1}} . t^{-\frac{1}{k^2+1}} . G^{-\frac{1+0,8k^2}{1+k^2}},$$

d'où

$$G(r) = (k^2 + 1)^{0,5 \frac{1+k^2}{1+0,8k^2}} . [k^{k^2} s^{k^2} t]^{-\frac{1}{1+0,8k^2}} \left[\frac{A J_0(ar)}{T_G - \theta_0}\right]^{\frac{1+k^2}{1+0,8k^2}}. \quad (15)$$

Tous calculs faits, nous pouvons écrire :

$$G(r) = \left[\frac{(k^2 + 1)^{0,5(1+k^2)}}{(0{,}023 \; k)^{k^2}}\right]^{\frac{1}{1+0,8k^2}} . b^{-\frac{1}{1+0,8k^2}} \; A^{\frac{1+k^2}{1+0,8k^2}} (T_G - \theta_0)^{-\frac{1+k^2}{1+0,8k^2}} . C^{-\frac{1+k^2}{1+0,8k^2}} \; \mu^{-\frac{0,2k^2}{1+0,8k^2}} \; \mathcal{P}^{+\frac{2k^2}{3(1+0,8k^2)}} . D^{+\frac{0,2k^2}{1+0,8k^2}} \; l^{-\frac{k^2}{1+0,8k^2}} \; S^{-\frac{1}{1+0,8k^2}} . [J_0(ar)]^{\frac{1+k^2}{1+0,8k^2}}. \quad (16)$$

4.2. Choix du coefficient k. — Nous choisirons la valeur de k (cf. (14)) telle que pour un certain canal moyen repéré par r_0 (auquel correspond G_0) on ait exactement

$$\frac{1}{s G_0^{0,8}} = k \frac{1}{t G_0}$$

soit

$$k = \frac{t}{s} G_0^{0,2}. \quad (17)$$

A partir de (13) on obtient alors

$$\frac{T_G - \theta_0}{A J_0(ar_0)} = \frac{(k^2 + 1)^{0,5}}{t G_0} \quad (18)$$

l'élimination de G_0 entre (17) et (18) nous fournit

$$\frac{k}{[(k^2 + 1)]^{0,1}} = t^{0,8} \quad s^{-1} \left(\frac{A J_0(ar_0)}{T_G - \theta_0}\right)^{0,2} \quad (19)$$

soit, après avoir remplacé t et s par leur expression (cf. (11) et (12)),

$$\frac{k}{[(k^2 + 1)]^{0,1}} = \frac{1}{0{,}023} b^{0,8} . C^{-0,2} \quad \mu^{-0,2} \quad \mathcal{P}^{+\frac{2}{3}} . D^{0,2} \quad l^{-1} \quad S^{0,8} . \left(\frac{A J_0(ar_0)}{T_G - \theta_0}\right)^{0,2}. \quad (20)$$

Après avoir calculé la valeur du second membre de (20) la courbe représentative des variations de

$$y(k) = \frac{k}{[(k^2 + 1)]^{0,1}} \quad (21)$$

permet de déterminer la valeur de k convenable.

4.3. Perte de charge. — Nous ne calculerons que la perte de charge relative aux canaux de la pile. Pour obtenir la perte de charge totale, il convient donc d'ajouter ce qui concerne l'extérieur de la partie active du réacteur. L'expression

$$\Delta p = \frac{2 \, G^2}{D} \cdot \frac{fx}{\rho} \quad (22)$$

permet de calculer la perte de charge correspondant à un canal de longueur x. Cette expression suppose que la valeur du rapport f/ρ n'évolue pas le long du canal ; quand cette valeur varie il faut prendre une valeur moyenne.

En remplaçant f par son expression

$$f = 0{,}046\ \mathcal{R}^{-0,2} = 0{,}046 \left(\frac{GD}{\mu}\right)^{-0,2} \qquad (23)$$

on obtient

$$\Delta p = 0{,}092\ x G^{1,8} . \rho^{-1} . \mu^{+0,2} . D^{-1,2}. \qquad (24)$$

L'expression précédente de G nous permet d'obtenir

$$\Delta p(r) = 0{,}092 \left[\frac{(k^2+1)^{0,5(k^2+1)}}{(0{,}023 . k)^{k^2}}\right]^{\frac{1,8}{1+0,8k^2}} . b^{-\frac{1,8}{1+0,8k^2}} \quad H$$

$$A^{\frac{1,8+1,8k^2}{1,0+0,8k^2}} (T_G - \theta_0)^{-\frac{1,8+1,8k^2}{1,0+0,8k^2}}$$

$$. \rho^{-1} \quad C^{-1,8\frac{1+k^2}{1+0,8k^2}} \quad \mu^{+\frac{0,2-0,2k^2}{1+0,8k^2}} \quad \mathcal{L}^{+\frac{1,2k^2}{1+0,8k^2}}$$

$$. D^{-\frac{1,2+0,6k^2}{1,0+0,8k^2}} \quad l^{-\frac{1,8k^2}{1,0+0,8k^2}} \quad S^{-\frac{1,8}{1,0+0,8k^2}} . [J_0(ar)]^{1,8\frac{1+k^2}{1+0,8k^2}}. \qquad (25)$$

4.4. Débit total. — Le débit volumétrique d'un demi-canal situé à une distance r_1 de l'axe du réacteur est égal à

$$q(r_i) = \frac{G(r_i)\ S}{\rho}. \qquad (26)$$

Pour obtenir le débit volumétrique total, il suffit maintenant d'effectuer une somme de termes analogues à (26) pour toutes les valeurs de r_i réalisées dans le réacteur ; pour simplifier nous remplaçons cette somme par une intégrale où le débit (26) correspondant au canal r est multiplié par la probabilité.

$$2 . \frac{2\pi\, r\, \mathrm{d}r}{\pi\, x_1^2}$$

de trouver un centre de demi-canal dans une couronne circulaire définie par les rayons r et $r + \mathrm{d}r$.

Nous obtenons ainsi pour le débit volumétrique total

$$Q = 2 \int_0^R \frac{G(r)\ S}{\rho} \cdot \frac{2\pi\, r\, \mathrm{d}r}{\pi\, x_1^2} = \frac{4S}{x_1^2\ \rho} \int_0^R G(r)\ r\ \mathrm{d}r$$

$$= \frac{4 S\, G(0)}{x^2\ \rho\ a^2} \int_0^{aR} [J_0(x)]^{\frac{1+k^2}{1+0,8k^2}}\, x\ \mathrm{d}x. \qquad (27)$$

L'exposant de $J_0(x)$ peut s'écrire sous la forme,

$$\frac{1 + k^2}{1 + 0{,}8\ k^2} = 1 + \frac{0{,}2\ k^2}{1 + 0{,}8\ k^2};$$

cet exposant est en général, légèrement supérieur à l'unité. La valeur de l'intégrale

$$\int_0^{aR} [J_0(x)]^{\frac{1+k^2}{1+0,8k^2}}\, x\ \mathrm{d}x$$

peut s'écrire $I(u_1(k))$ en posant

$$I(u) = \int_0^{aR} J_0(x)^{1+u}\, x\ \mathrm{d}x \qquad (28)$$

et

$$u_1(k) = \frac{0{,}2\ k^2}{1 + 0{,}8\ k^2}. \qquad (29)$$

Nous pouvons donc maintenant écrire l'expression du débit volumétrique total Q sous la forme :

$$Q = 4 . \left[\frac{(k^2+1)^{0,5(1+k^2)}}{(0{,}023 . k)^{k^2}}\right]^{\frac{1}{1+0,8k^2}} \quad I(u_1(k))$$

$$. x_1^{-2}\ a^{-2} \quad b^{-\frac{1}{1+0,8k^2}} \quad A^{\frac{1+k^2}{1+0,8k^2}} (T_G - \theta_0)^{-\frac{1+k^2}{1+0,8k^2}}$$

$$. \rho^{-1} \quad C^{-\frac{1+k^2}{1+0,8k^2}} \quad \mu^{-\frac{0,2k^2}{1+0,8k^2}} \quad \mathcal{L}^{+\frac{2k^2}{3(1+0,8k^2)}}$$

$$D^{+\frac{0,2k^2}{1+0,8k^2}} \quad l^{-\frac{k^2}{1+0,8k^2}} \quad S^{\frac{0,8k^2}{1+0,8k^2}}. \qquad (30)$$

Le débit massique s'obtient au moyen de

$$M = Q\rho.$$

4.5. Température du fluide a la sortie de chaque canal. — La température de sortie d'un canal quelconque est définie par

$$\theta(H, r) - \theta_0 = \theta_S(r) - \theta_0 = \frac{A J_0(ar) \sin bH}{G(r)\ SCb}$$

soit, tous calculs effectués

$$\theta_S(r) - \theta_0 = \left[\frac{(k^2-1)^{0,5(1+k^2)}}{(0{,}023\ k)^{k^2}}\right]^{-\frac{1}{1+0,8k^2}} \sin bH$$

$$b^{-\frac{0,8k^2}{1+0,8k^2}} \quad A^{-\frac{0,2k^2}{1+0,8k^2}} (T_G - \theta_0)^{\frac{1+k^2}{1+0,8k^2}}.$$

$$C^{+\frac{0,2k^2}{1+0,8k^2}} \quad \mu^{+\frac{0,2k^2}{1+0,8k^2}} \quad \mathcal{L}^{-\frac{2k^2}{3(1+0,8k^2)}}.$$

$$D^{-\frac{0,2k^2}{1+0,8k^2}} \quad l^{+\frac{k^2}{1+0,8k^2}} \quad S^{-\frac{0,8k^2}{1+0,8k^2}} . J_0(ar)^{-\frac{0,2k^2}{1+0,8k^2}}. \qquad (31)$$

Pour obtenir la température moyenne $\overline{\theta}$ de sortie des gaz on peut calculer la moyenne de $\theta_S(r)$ ou bien se servir de la relation

$$(\overline{\theta} - \theta_0)\ MC = P \qquad (32)$$

ce qui fournit

$$\overline{\theta} - \theta_0 = \frac{P}{MC} = \frac{A . 2R^2\ H}{Q\rho C x_1'\ \alpha\beta} \qquad (33)$$

d'où en nous servant des valeurs des rapports α et β.

$$\frac{\overline{\theta} - \theta_0}{T_G - \theta_0}$$

$$= \left[\frac{(k^2+1)^{0,5(k^2+1)}}{(0{,}023\ k)^{k^2}}\right]^{-\frac{1}{1+0,8k^2}} . \sin bH\ \frac{I(0)}{I(u_1(k))}\ b^{-\frac{0,8k^2}{1+0,8k^2}}$$

$$A^{-\frac{0,2k^2}{1+0,8k^2}} (T_G - \theta_0)^{\frac{0,2k^2}{1+0,8k^2}}.$$

$$C^{+\frac{0,2k^2}{1+0,8k^2}} \quad \mu^{\frac{0,2k^2}{1+0,8k^2}} \quad \mathcal{L}^{-\frac{2k^2}{3(1+0,8k^2)}}.$$

$$D^{-\frac{0,2k^2}{1+0,8k^2}} \quad l^{+\frac{k^2}{1+0,8k^2}} \quad S^{-\frac{0,8k^2}{1+0,8k^2}}. \qquad (34)$$

4.6. PUISSANCE DE POMPAGE. — Nous ne calculons ici que la puissance qu'il convient de fournir au fluide pour qu'il puisse traverser la partie active du réacteur (cf. 4.3).

Si chaque demi-canal du réacteur est alimenté séparément, la puissance de pompage est égale à

$$\sum_{\text{tous les demi-canaux}} \Delta p(r) \,.\, q(r)$$

dont la valeur en première approximation est fournie par

$$2 \int_0^R \Delta p(r) \,.\, q(r) \,.\, \frac{2\pi\, r\, \mathrm{d}r}{\pi\, x_1^2}. \tag{35}$$

Tous calculs faits nous trouvons ainsi

$$W_1 = 0{,}368 \left[\frac{(k^2+1)^{0{,}5(k^2+1)}}{(0{,}023\, k)^{k^2}}\right]^{\frac{2{,}8}{1+0{,}8k^2}} J(u_1(k))\, x_1^{-2}\, a^{-2}\, H b^{-\frac{2{,}8}{1+0{,}8k^2}} A^{2{,}8\frac{1+k^2}{1+0{,}8k^2}} (T_G - \theta_0)^{-2{,}8\frac{1+k^2}{1+0{,}8k^2}} . \rho^{-2}\, C^{-2{,}8\frac{1+k^2}{1+0{,}8k^2}}\, \mu^{\frac{0{,}2-0{,}4k^2}{1+0{,}8k^2}}\, \mathcal{L}^{\frac{2{,}8k^2}{1{,}5(1+0{,}8k^2)}} . D^{-\frac{1{,}2+0{,}8k^2}{1{,}2+0{,}4k^2}}\, l^{-2{,}8\frac{k^2}{1+0{,}8k^2}}\, S^{-\frac{1{,}8-0{,}8k^2}{1+0{,}8k^2}} \tag{36}$$

avec

$$J(u) = \int_0^{aR} J_0(x)^{2{,}8(1+u)}\, x\, \mathrm{d}x. \tag{37}$$

Si tous les canaux sont alimentés à la fois (dispositif classique) le débit massique $q(x)$ correspondant à chaque demi-canal devra toujours être associé à la perte de charge maximum $\Delta p(0)$ de sorte que dans ce cas, la puissance de pompage est donnée par

$$W = Q \,.\, \Delta p(0) \tag{38}$$

soit

$$W_2 = 0{,}368 \left[\frac{(k^2+1)^{0{,}5(k^2+1)}}{(0{,}023\, k)^{k^2}}\right]^{\frac{2{,}8}{1+0{,}8k^2}} I(u_1(k))\, x_1^{-2}\, a^{-2}\, b^{-\frac{2{,}8}{1+0{,}8k^2}} H\, A^{2{,}8\frac{1+k^2}{1+0{,}8k^2}} (T_G - \theta_0)^{-2{,}8\frac{1+k^2}{1+0{,}8k^2}} . \rho^{-2} . C^{-2{,}8\frac{1+k^2}{1+0{,}8k^2}}\, \mu^{\frac{0{,}2-0{,}4k^2}{1+0{,}8k^2}}\, \mathcal{L}^{-\frac{2{,}8k^2}{1{,}5(1+0{,}8k^2)}} . D^{-\frac{1{,}2+0{,}4k^2}{1+0{,}8k^2}}\, l^{-\frac{2{,}8k^2}{1+0{,}8k^2}}\, S^{-\frac{1{,}8-0{,}8k^2}{1+0{,}8k^2}}. \tag{39}$$

La seule différence entre W_1 et W_2 réside dans l'emploi soit de $J(u_1(k))$ soit de $I(u_1(k))$, évidemment la première intégrale possède une valeur plus petite que la deuxième intégrale.

5. **Réacteur sans fente.** — 5.1. DÉTERMINATION DU DÉBIT MASSIQUE UNITAIRE. — Nous allons maintenant montrer rapidement comment une méthode de calcul similaire peut être appliquée au cas des piles sans fente (cf. *fig.* 2).

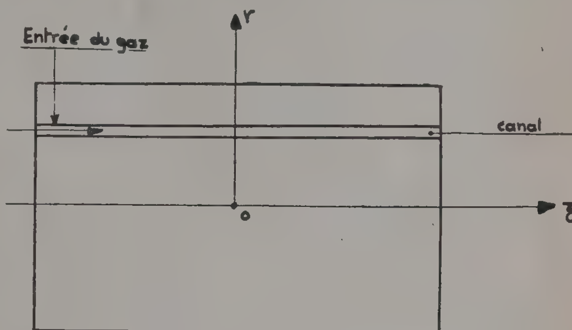


FIG. 2. — Schéma d'une pile sans fente.

L'entrée du gaz (à la température θ_0) s'effectue dans le plan $z = -H$ de sorte que l'équation (5) peut s'intégrer sous la forme

$$\theta(z, r) - \theta_0 = \frac{AJ_0(ar)}{G(r)\, SC} \int_{-H}^{z} \cos bz \, \mathrm{d}z$$

soit

$$\theta(z, r) - \theta_0 = \frac{AJ_0(ar)}{G(r)\, SCb} [\sin bz + \sin bH]. \tag{40}$$

La température $t_G(z, r)$ de la gaine peut donc s'exprimer sous la forme :

$$t_G(z, r) - \theta_0 = AJ_0(ar) \left\{ \frac{\cos bz}{hl} + \frac{\sin bz + \sin bH}{G(r)\, SCb} \right\} \tag{41}$$

et un calcul analogue à celui exécuté dans le paragraphe 4.1 fournit

$$t_G(z, r)_{\max} - \theta_0 = AJ_0(a, r) \left\{ \frac{\sin bH}{G(r)\, SCb} + \sqrt{\frac{1}{(hl)^2} + \frac{1}{[G(r)\, SCb]^2}} \right\}. \tag{42}$$

Le débit massique unitaire du canal se trouvant à la distance r de l'axe de la pile est par conséquent défini par :

$$\frac{T_G - \theta_0}{AJ_0(ar)} = \frac{\sin bH}{bC\, G(r)\, S} + \sqrt{\frac{1}{(hl)^2} + \frac{1}{(bC\, G(r)\, S)^2}}. \tag{43}$$

L'exemple montre que sin bH est très voisin de l'unité ; nous pourrons donc employer en première approximation l'expression (69) que nous avons établie dans l'annexe. En utilisant les mêmes notations que celles définies au § 4.1 nous obtenons donc :

$$\frac{T_G - \theta_0}{AJ_0(ar)} = \left(1 + \sqrt{k^2+1}\right) . \left(\frac{1}{sk\, G(r)^{0{,}8}}\right)^{1-\frac{1}{\sqrt{k^2+1}}} \left(\frac{1}{t\, G(r)}\right)^{\frac{1}{\sqrt{k^2+1}}} + \ldots \tag{44}$$

où nous rappelons que k est défini par

$$\frac{1}{sG(r)^{0,8}} = k\frac{1}{tG(r)}\,[1 + \varepsilon(r) + \ldots] \quad (45)$$

La fonction $\varepsilon(r)$ étant toujours petite devant l'unité.

La relation (44) fournit pour valeur de $G(r)$

$$G(r) = (1 + \sqrt{k^2+1})^{\frac{\sqrt{k^2+1}}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}} \cdot (sk)^{-\frac{\sqrt{k^2+1}-1}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}} \cdot t^{-\frac{1}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}} \cdot \left[\frac{AJ_0(ar)}{T_G-\theta_0}\right]^{\frac{\sqrt{k^2+1}}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}}. \quad (46)$$

Tous calculs faits nous pouvons écrire

$$G(r) = \left[\frac{(1+\sqrt{k^2+1})^{\sqrt{k^2+1}}}{[0,023\,k]^{\sqrt{k^2+1}-1}}\right]^{\frac{1}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}} \cdot b^{-\frac{1}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}}$$

$$A^{\frac{\sqrt{k^2+1}}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}}\,(T_G-\theta_0)^{-\frac{\sqrt{k^2+1}}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}}$$

$$C^{-\frac{\sqrt{k^2+1}}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}}\;\mu^{-\frac{0,2(\sqrt{k^2+1}-1)}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}}\;\mathcal{P}^{+\frac{2}{3}\frac{\sqrt{k^2+1}-1}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}}.$$

$$D^{\frac{0,2(\sqrt{k^2+1}-1)}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}}\;l^{-\frac{\sqrt{k^2+1}-1}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}}\;S^{-\frac{1}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}}.$$

$$J_0(ar)^{\frac{\sqrt{k^2+1}}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}} + \ldots \quad (47)$$

5.2. Choix de la valeur du coefficient k. — Nous choisirons la valeur de k de telle façon, que pour un certain canal repéré par r_0 (auquel correspond G_0) on ait exactement

$$k = \frac{tG_0}{sG_0^{0,8}} = \frac{t}{s}\,G_0^{0,2}. \quad (48)$$

A partir de (43) on obtient alors

$$\frac{T_G-\theta_0}{AJ_0(ar_0)} = \frac{\sin bH + \sqrt{k^2+1}}{tG_0} \approx \frac{1+\sqrt{k^2+1}}{tG_0} \quad (49)$$

l'élimination de G_0 entre (48) et (49) nous fournit

$$\frac{k}{(1+\sqrt{k^2+1})^{0,2}} = t^{0,8}\,s^{-1}\left(\frac{AJ_0(ar_0)}{T_G-\theta_0}\right)^{0,2}, \quad (50)$$

soit encore, après avoir remplacé t et s par leur expression :

$$\frac{k}{(1+\sqrt{k^2+1})^{0,2}} = \frac{1}{0,023} \cdot b^{0,8} \cdot C^{-0,2}\;\mu^{-0,2}\;\mathcal{P}^{+2/3}.$$

$$D^{+0,2}\;l^{-1}\;S^{0,8} \cdot \left[\frac{AJ_0(ar_0)}{T_G-\theta_0}\right]^{0,2}. \quad (51)$$

Après avoir calculé la valeur du second membre de (51) pour un modèle de pile, la courbe représentative des variations de

$$y_2(k) = \frac{k}{[1+\sqrt{k^2+1}]^{0,2}} \quad (52)$$

permet de déterminer la valeur de k convenable pour la pile considérée.

5.3. Perte de charge. — Nous pouvons maintenant calculer la perte de charge correspondant à la partie active du canal en appliquant l'expression (22) avec $x = 2H$; le résultat final est

$$\Delta p(r) = 0,184\left[\frac{(1+\sqrt{k^2+1})^{\sqrt{k^2+1}}}{(0,023\,k)^{\sqrt{k^2+1}-1}}\right]^{\frac{1,8}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}}.$$

$$b^{-\frac{1,8}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}}\;H\;A^{\frac{1,8\sqrt{k^2+1}}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}}\,(T_G-\theta_0)^{-\frac{1,8\sqrt{k^2+1}}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}}.$$

$$\rho^{-1}\;C^{-\frac{1,8\sqrt{k^2+1}}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}}\;\mu^{\frac{-0,2\sqrt{k^2+1}+0,4}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}}\;\mathcal{P}^{1,2\frac{\sqrt{k^2+1}-1}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}}.$$

$$D^{-\frac{0,6\sqrt{k^2+1}+0,6}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}}\;{}^{-1,8\frac{\sqrt{k^2+1}-1}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}}\;S^{-\frac{1,8}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}}.$$

$$J_0(ar)^{\frac{1,8\sqrt{k^2+1}}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}}. \quad (53)$$

5.4. Débit total. — Le débit volumétrique total peut s'obtenir au moyen de

$$Q = \int_0^R \frac{G(r)\,S}{\rho} \cdot \frac{2\pi r\,dr}{\pi x_1^2} = \frac{2S}{\rho x_1^2}\int_0^R G(r)\,r\,dr$$

$$= \frac{2SG(0)}{\rho\,x_1^2\,a^2}\int_0^{aR}[J_0(x)]^{\frac{\sqrt{k^2+1}}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}}\,x\,dx. \quad (54)$$

L'exposant de $J_0(x)$ peut s'écrire

$$\sqrt{k^2+1}/0,8\sqrt{k^2+1} + 0,2 = 1 + \frac{(\sqrt{k^2+1}-1)}{4\sqrt{k^2+1}+1}$$

cet exposant est en général légèrement supérieur à l'unité. La valeur de l'intégrale peut s'écrire $I(u_2(k))$ où $I(u)$ est définie par (28) et où $u_2(k)$ est égal à

$$u_2(k) = \frac{\sqrt{k^2+1}-1}{4\sqrt{k^2+1}+1}. \quad (55)$$

Nous pouvons maintenant obtenir l'expression générale du débit volumétrique

$$Q = 2\left[\frac{(1+\sqrt{k^2+1})^{\sqrt{k^2+1}}}{(0,023\,k)^{\sqrt{k^2+1}-1}}\right]^{\frac{1}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}} I(u_2(k)).$$

$$x_1^{-2}\quad a^{-2}\quad b^{-\frac{1}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}}$$

$$A^{\frac{\sqrt{k^2+1}}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}}\,(T_G-\theta_0)^{-\frac{\sqrt{k^2+1}}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}}.$$

$$\rho^{-1}\,C^{-\frac{\sqrt{k^2+1}}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}}\;\mu^{-\frac{0,2(\sqrt{k^2+1}-1)}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}}\;\mathcal{P}^{+2/3\frac{\sqrt{k^2+1}-1}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}}.$$

$$D^{\frac{0,2(\sqrt{k^2+1}-1)}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}}\;l^{-\frac{\sqrt{k^2+1}-1}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}}\;S^{+0,8\frac{\sqrt{k^2+1}-1}{0,8\sqrt{k^2+1}+0,2}}. \quad (56)$$

Le débit massique s'obtient au moyen de

$$M = Q\rho$$

nous ne donnerons pas l'expression de M très voisine de (56).

5.5. Température du fluide a la sortie de chaque canal. — La température de sortie d'un canal quelconque est définie par

$$\theta(H, r) - \theta_0 = \theta_s(r) - \theta_0 = \frac{A J_0(a\ r)}{G(r)\ SCb} 2 \sin bH \quad (57)$$

soit tous calculs effectués

$$\theta_s(r) - \theta_0 = \left[\frac{(1+\sqrt{k^2+1})^{\sqrt{k^2+1}}}{[0{,}023\ k]^{\sqrt{k^2+1}-1}}\right]^{-\frac{1}{0{,}8\sqrt{k^2+1}+0{,}2}} .2 \sin bH$$

$$b^{-\frac{0{,}8\sqrt{k^2+1}-0{,}8}{0{,}8\sqrt{k^2+1}+0{,}2}} \quad A^{-\frac{0{,}2\sqrt{k^2+1}-0{,}2}{0{,}8\sqrt{k^2+1}+0{,}2}} \quad (T_G - \theta_0)^{+\frac{\sqrt{k^2+1}}{0{,}8\sqrt{k^2+1}+0{,}2}}.$$

$$C^{\frac{0{,}2\sqrt{k^2+1}-0{,}2}{0{,}8\sqrt{k^2+1}+0{,}2}} \quad \mu^{+\frac{0{,}2(\sqrt{k^2+1}-1)}{0{,}8\sqrt{k^2+1}+0{,}2}} \quad \mathfrak{L}^{-2/3\frac{\sqrt{k^2+1}-1}{0{,}8\sqrt{k^2+1}+0{,}2}}.$$

$$D^{-\frac{0{,}2(\sqrt{k^2+1}-1)}{0{,}8\sqrt{k^2+1}+0{,}2}} \quad l^{+\frac{\sqrt{k^2+1}-1}{0{,}8\sqrt{k^2+1}+0{,}2}} \quad S^{-\frac{0{,}8(\sqrt{k^2+1}-1)}{0{,}8\sqrt{k^2+1}+0{,}2}}.$$

$$J_0(ar)^{-\frac{\sqrt{k^2+1}}{0{,}8\sqrt{k^2+1}+0{,}2}}. \quad (58)$$

La température moyenne $\overline{\theta}$ de sortie peut être définie par

$$(\overline{\theta} - \theta_0)\ MC = P$$

ce qui fournit

$$\overline{\theta} - \theta_0 = \frac{P}{MC} = \frac{A.2\pi R^2 H}{Q \rho C \pi x_1^2 \alpha\beta}. \quad (59)$$

En nous servant des valeurs des rapports α et β nous obtenons

$$\frac{\overline{\theta} - \theta_0}{T_G - \theta_0} = \left[\frac{1+\sqrt{k^2+1}}{(0{,}023\ k)^{\sqrt{k^2+1}-1}}\right]^{-\frac{1}{0{,}8\sqrt{k^2+1}+0{,}2}} .2 \sin bH$$

$$\frac{I(0)}{I(u_2(k))} b^{-0{,}2\frac{\sqrt{k^2+1}+1}{0{,}8\sqrt{k^2+1}+0{,}2}} \left(\frac{A}{T_G - \theta_0}\right)^{-0{,}2\frac{\sqrt{k^2+1}-1}{0{,}8\sqrt{k^2+1}+0{,}2}}.$$

$$C^{0{,}2\frac{\sqrt{k^2+1}-1}{0{,}8\sqrt{k^2+1}+0{,}2}} \quad \mu^{0{,}2\frac{\sqrt{k^2+1}-1}{0{,}8\sqrt{k^2+1}+0{,}2}} \quad \mathfrak{L}^{-2/3\frac{\sqrt{k^2+1}-1}{0{,}8\sqrt{k^2+1}+0{,}2}}.$$

$$D^{-0{,}2\frac{\sqrt{k^2+1}-1}{0{,}8\sqrt{k^2+1}+0{,}2}} \quad l^{+\frac{\sqrt{k^2+1}-1}{0{,}8\sqrt{k^2+1}+0{,}2}} \quad S^{-0{,}8\frac{\sqrt{k^2+1}-1}{0{,}8\sqrt{k^2+1}+0{,}2}}. \quad (60)$$

4.6. Puissance de pompage. — Si chaque canal du réacteur est alimenté séparément, la puissance de pompage est en première approximation déterminée par

$$\int_0^R \Delta p(r) . q(r) . \frac{2\pi r\, dr}{\pi x_1^2}.$$

Tous calculs effectués nous trouvons ainsi

$$0{,}368 \left[\frac{(1+\sqrt{k^2+1})^{\sqrt{k^2+1}}}{(0{,}023\ k)^{\sqrt{k^2+1}-1}}\right]^{\frac{2{,}8}{0{,}8\sqrt{k^2+1}+0{,}2}}$$

$$J(u_2(k))\, b^{-\frac{2{,}8}{0{,}8\sqrt{k^2+1}+0{,}2}} \quad x_1^{-2} a^{-2} H \left(\frac{A}{T_G - \theta_0}\right)^{\frac{2{,}8\sqrt{k^2+1}}{0{,}8\sqrt{k^2+1}+0{,}2}}.$$

$$\rho^{-2} C^{-\frac{2{,}8\sqrt{k^2+1}}{0{,}8\sqrt{k^2+1}+0{,}2}} \quad \mu^{\frac{+0{,}6-0{,}4\sqrt{k^2+1}}{0{,}8\sqrt{k^2+1}+0{,}2}} \quad \mathfrak{L}^{\frac{28}{15}\frac{\sqrt{k^2+1}-1}{0{,}8\sqrt{k^2+1}+0{,}2}}.$$

$$D^{\frac{-0{,}4(\sqrt{k^2+1}+2)}{0{,}8\sqrt{k^2+1}+0{,}2}} \quad l^{-2{,}8\frac{\sqrt{k^2+1}-1}{0{,}8\sqrt{k^2+1}+0{,}2}} \quad S^{+\frac{0{,}8\sqrt{k^2+1}-2{,}6}{0{,}8\sqrt{k^2+1}+0{,}2}}.$$

$$J_0(ar)^{\frac{2{,}8\sqrt{k^2+1}}{0{,}8\sqrt{k^2+1}+0{,}2}}. \quad (61)$$

Si tous les canaux sont alimentés à la fois, la puissance de pompage sera donnée par

$$W = Q.\Delta p_{\max} \quad (62)$$

le calcul montre que l'on obtient une expression analogue à celles que nous venons d'indiquer à cela près qu'il faut remplacer l'intégrale $J(u_2(k))$ par $I(u_2(k))$.

6. **Utilisation des différentes expressions.** — La première opération consiste à déterminer la valeur de k suivant, soit l'expression (20), soit l'expression (51). Les membres de droite de ces expressions sont en

$$J_0^{0,2}(ar_0)\ ;$$

l'exposant 0,2 montre qu'une variation relative importante de r_0 n'entraîne qu'une faible variation relative de

$$\frac{k}{(k^2+1)^{0,2}} \quad \text{ou} \quad \frac{k}{(1+\sqrt{k^2+1})^{0,2}}$$

et de k par conséquent. Le choix de r_0 n'est donc pas critique et l'on peut prendre $R/2$ ou encore la valeur telle que $J_0^{0,2}(a_0 x)$ soit la moyenne arithmétique de 1 et $J_0^{0,2}(aR)$ ou tout autre valeur commode, c'est-à-dire correspondante à une valeur de k facile à manier. Signalons à ce sujet que pour un certain nombre de réacteurs on peut prendre $k = 1$; notre premier travail dans ce domaine était justement limité à ce cas (Rapports SACM LT 469 et LT 509).

Avant de développer la méthode générale de calcul nous voulons indiquer que dans toutes les expressions que nous avons données nous avons toujours groupé séparément en disposant des points les facteurs suivants :

les facteurs faisant intervenir la géométrie du réacteur : forme et dimensions de la partie active (R, H, a, b), distance entre canaux (par l'intermédiaire de x_1) ;

les facteurs faisant intervenir la « macrothermodynamique » du réacteur : puissance neutronique (par l'intermédiaire de A), différence $T_G - \theta_0$ de température entre le point le plus chaud des gaines et le fluide à l'entrée ;

les facteurs définissant le fluide de refroidissement : masse volumique ρ, chaleur spécifique à

pression constante C, viscocosité μ, nombre de Prandtl $\mathfrak{P}$ (nous avons toujours éliminé la conductibilité λ, en faisant intervenir la définition du nombre de Prandtl) ;

les facteurs définissant la géométrie d'une section de canal : diamètre hydraulique D, périmètre efficace l et aire de la section de passage S.

Dans le calcul des membres de droite des équations (20) et (51) définissant la valeur de k les deux premiers groupes de facteurs ne donnant pas de difficulté.

Les facteurs du troisième groupe ont des valeurs variables avec la température. Le premier stade du travail consiste à effectuer une estimation des conditions moyennes (température et pression) du fluide au sein du réacteur ; on obtient ensuite à partir de (20) et (51) la valeur de k correspondant à ces conditions moyennes. On peut ensuite calculer, k étant connu, les valeurs des différents paramètres et en particulier les répartitions de la température et de la pression au sein du fluide. Si les valeurs moyennes ainsi obtenues sont par trop différentes de celles considérées *a priori* on recommence le travail en tenant compte de ces nouvelles valeurs. Ces approximations successives doivent être également effectuées quand la méthode de calcul que nous préconisons n'est pas utilisée et ne constitue donc pas une complication liée à cette méthode.

Le seul facteur du quatrième groupe qui peut présenter une difficulté est le périmètre *efficace* l ; ce périmètre efficace dépend en général du coefficient d'échange h et du débit massique unitaire G par conséquent. Une première solution, calquée sur celle que nous venons d'indiquer dans le paragraphe précédent, consiste à déterminer la valeur de k à partir d'une évaluation l_0 de l ; la valeur de k ainsi obtenue permet de calculer les différents paramètres et la fonction $G(r)$ en particulier ; à partir d'une valeur moyenne $\bar{G}$ bien choisie on peut ensuite évaluer l. La comparaison entre cette nouvelle valeur l_1 et l_0 montre si l'on doit ou non procéder à un nouveau calcul.

Une deuxième solution, qui constitue un nouvel avantage de notre méthode, peut être employée. On commence par mettre la relation

$$l = l(G)$$

sous forme d'une expression monôme

$$l \sim l' \, G^{\delta}$$

ce qui permet de poser

$$hl = s' \, G^{0,8+\delta} \, ;$$

un calcul similaire à celui que nous avons donné dans le cas où l'exposant de G est 0,8 peut se poursuivre. Nous avons effectivement employé cette méthode pour résoudre un problème qui nous était soumis.

7. **Résultats.** — Cette méthode de calcul, bien que basée sur une approximation, nous a fourni des valeurs en très bon accord avec des évaluations effectuées au moyen de longs calculs. Le principal avantage de cette méthode est de permettre de voir à chaque instant ce que l'on fait et de « sentir » ainsi l'ensemble du comportement thermodynamique du réacteur.

Nos expressions peuvent être également d'un grand secours lors de la conception d'un modèle de réacteur. Si l'on cherche par exemple, toutes choses restant égales d'ailleurs, quel est le fluide qui conduit aux plus hautes températures de sortie dans une pile à fente il suffit de comparer les valeurs de (cf. (31))

$$C^{\frac{0,2k^2}{1+0,8k^2}} \qquad \mu^{\frac{0,2k^2}{1+0,8k^2}} \qquad \mathfrak{P}^{-\frac{2k^2}{3(1+0,8k^2)}}$$

pour les fluides envisagés, la valeur de k est déterminée pour chaque fluide à partir de l'expression (20) ; on peut également ne considérer qu'une valeur de k correspondant à un fluide « moyen ».

Nous avons souvent remarqué dans des calculs analogues que cette dernière méthode ne conduit qu'à des erreurs faibles et qu'elle peut être effectivement utilisée.

8. **Conclusions.** — Notre méthode de calcul peut être facilement adaptée au cas où le coefficient d'échange est fourni par une relation autre que la relation (2). Il est également possible de prendre en compte d'autres hypothèses ; signalons seulement à ce sujet que nous avons mis au point un calcul analogue pour étudier le comportement thermodynamique d'un réacteur où l'on désirait que la température de la substance fissible ne dépasse en aucun cas une valeur fixée T_F.

L'idée de base de notre travail est la transformation d'une expression quelconque (cf. l'annexe et l'expression 64 par exemple) en une expression monôme approchée. Nous pensons que de tels procédés de « factorisation » sont susceptibles d'être employés de façon générale pour résoudre certains problèmes technologiques ; l'avantage de ces procédés est de fournir des expressions monômes des différents paramètres et de permettre par là même l'étude simple et rapide de l'influence des données sur ces paremètres.

Nous sommes heureux de remercier MM. R. Julia et P. Herreng, Directeur Général et Directeur de la S. A. C. M. pour nous avoir autorisé à publier ce travail.

Manuscrit reçu le 24 janvier 1958.

Annexe

Nous allons chercher la meilleure expression monôme fournissant une valeur approchée de

$$\gamma y + \sqrt{x^2 + y^2} \qquad (63)$$

quand le rapport de x à y est voisin d'un nombre quelconque k ; nous posons

$$x = ky(1 + \varepsilon) \tag{64}$$

où ε est petit devant l'unité. En ne conservant que les termes du premier ordre nous obtenons :

$$\sqrt{x^2 + y^2} = y\sqrt{k^2(1 + 2\varepsilon + \ldots) + 1}$$
$$= y\sqrt{k^2 + 1}\left[1 + \frac{\varepsilon k^2}{k^2 + 1} + \ldots\right].$$

Nous cherchons maintenant à déterminer E, α, β pour que

$$Ex^\alpha y^\beta = y[\gamma + \sqrt{k^2 + 1}] + \varepsilon \frac{k^2}{\sqrt{k^2 + 1}} y + \ldots ;$$

par identification nous obtenons

$$\alpha = \frac{k^2}{k^2 + 1 + \gamma\sqrt{k^2 + 1}} \tag{65}$$

$$\beta = \frac{1 + \gamma\sqrt{k^2 + 1}}{k^2 + 1 + \gamma\sqrt{k^2 + 1}} \tag{66}$$

$$E = \frac{\gamma + \sqrt{k^2 + 1}}{k^{\frac{k^2}{k^2+1+\gamma\sqrt{k^2+1}}}}. \tag{67}$$

Dans le cas où γ est nul nous pouvons donc écrire

$$\sqrt{x^2 + y^2} = \frac{\sqrt{k^2 + 1}}{k^{\frac{k^2}{k^2+1}}} . x^{\frac{k^2}{k^2+1}} . y^{\frac{1}{k^2+1}} + \ldots ; \tag{68}$$

de même dans le cas où γ est égal à l'unité

$$y + \sqrt{x^2 + y^2}$$
$$= \frac{1 + \sqrt{k^2 + 1}}{k^{\frac{k^2}{k^2+1+\sqrt{k^2+1}}}} x^{\frac{k^2}{k^2+1+\sqrt{k^2+1}}} y^{\frac{1+\sqrt{k^2+1}}{k^2+1+\sqrt{k^2+1}}} + \ldots ; \tag{69}$$

soit encore

$$y + \sqrt{x^2 + y^2} = \frac{1 + \sqrt{k^2 + 1}}{k^{1-\frac{1}{\sqrt{k^2+1}}}} x^{1-\frac{1}{\sqrt{k^2+1}}} y^{\frac{1}{\sqrt{k^2+1}}}.$$

BIBLIOGRAPHIE

[1] GLASSTONE (S.) et EDLUND (M. C.), Nuclear Reactor Theory (Van Nostrand).

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM
PHYSIQUE APPLIQUÉE

SUPPLÉMENT AU N° 4.
TOME 19, AVRIL 1958, PAGE 48 A.

ÉTALONNAGE D'UN CHRONOTRON A L'AIDE D'UN GÉNÉRATEUR D'IMPULSIONS DU TYPE ROSENBLUM

Par J. DUCLOS et J. FLEURY,
Laboratoire de Physique Nucléaire, Université de Grenoble.

Résumé. — En vue de réaliser un spectromètre à neutrons rapides par temps de vol, un chronotron a été construit en utilisant une distribution de lampes du type « 6 BN6 » à laquelle a été ajouté un système d'amplificateurs différentiels, permettant d'augmenter leur temps de résolution. Pour étalonner cet ensemble, un générateur d'impulsions de temps de montée 2.10^{-9} s, de largeur 10^{-8} s et d'amplitude variant entre 1 et 45 volts, a été construit à partir d'un compteur Rosenblum. Le temps de résolution du chronotron déterminé à l'aide de ce générateur d'impulsions a été trouvé égal à 5.10^{-10} s.

Abstract. — A fast neutron spectrometer using the time of flight method is described. The coincidence system is a distribution device of " 6 BN 6 " tubes. Resolving time has been improved by differential amplifiers. To test this device, a pulse generator of rise time 2×10^{-9} sec. and with an amplitude from 1 to45 V has been constructed from a Rosenblum Counter. The chronotron resolving time determined with this pulse generator has been found equal to 5×10^{-10} sec.

Un spectromètre à neutrons rapides par temps de vol nécessite un système de coïncidence dont le temps de résolution doit être d'autant plus petit que le parcours des neutrons est plus faible et que leur énergie est plus grande. Lorsque pour des raisons d'angle solide, le parcours ne doit pas excéder 1 à 2 mètres, le temps de résolution devra être au moins égal à 10^{-9} s si l'on veut obtenir des résolutions en énergie de 10 % env. entre 10 et 20 MeV.

1. Le chronotron. — En vue de réaliser un tel spectromètre, des mesures de temps de résolution ont été faites sur un chronotron dont voici le principe : vingt lampes détectrices de coïncidences du type « 6 BN6 » sont montées suivant la technique des amplificateurs distribués. Les capacités parasites des deux grilles de commande de chaque lampe sont utilisées pour construire deux lignes à retard à constantes localisées. Les impulsions issues des détecteurs sont envoyées aux deux extrémités opposées de ces deux lignes et se propagent en sens inverse, le temps de parcours d'une lampe à la suivante étant de 6.10^{-10} s. La lampe qui détecte la coïncidence fournit une indication sur le temps qui séparait les deux impulsions. On réalise ainsi un système dont les différents canaux sont distribués sur l'échelle des temps de 12.10^{-10} s en 12.10^{-10} s. O'Neil (1955) [1] a déjà réalisé un système semblable mais avec un temps de résolution de 4.10^{-9} s.

La difficulté, lorsqu'on veut diminuer ce temps de résolution, vient du fait que l'impulsion de coïncidence apparaît simultanément sur plusieurs canaux. La courbe de l'amplitude de ces impulsions en fonction de leur position sur l'échelle des temps présente un maximum aplati à l'endroit précis de la coïncidence (*fig.* 2*a*). Un ensemble de 2 amplificateurs différentiels et d'un redresseur (*fig.* 1) permet de transformer la courbe enveloppe précé-

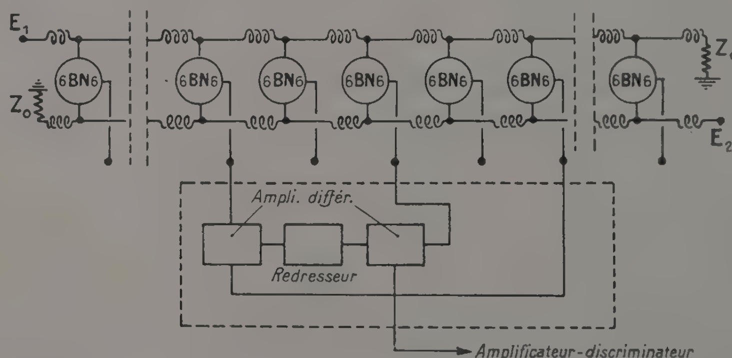


FIG. 1. — Schéma du chronotron.

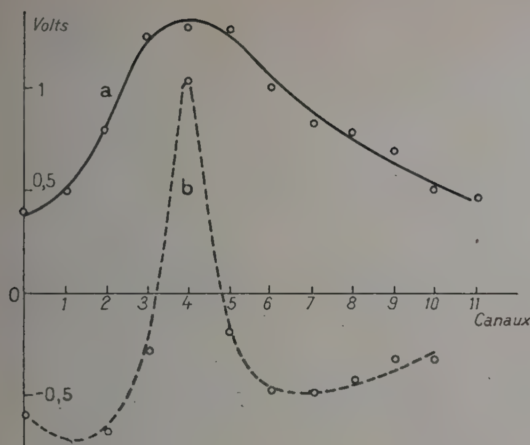


FIG. 2. — Amplitude en volts de la réponse des différents canaux.
a) A la sorite des lampes « 6 BN6 ».
b) A la sortie du système différentiel.

dente en une courbe plus aiguë (*fig.* 2*b*). Ce montage est analogue au système différentiel de Bay (1956) [2]. Le temps de résolution de l'appareil a été étudié en analysant les différents canaux successivement. Pour faire cette étude, il est nécessaire de disposer d'un générateur d'impulsions très brèves dont la largeur n'excède pas 10^{-8} s et dont l'amplitude varie de quelques volts à quelques dizaines de volts.

2. **Le générateur d'impulsions Rosenblum.** — Aussi avons-nous pensé utiliser un compteur Rosenblum (1955) [3], Sahe, 1957 [4] comme source d'impulsions de référence et avons réalisé un générateur dont les caractéristiques sont les suivantes :

1. Temps de montée : 2,5 10^{-9} s.
2. Largeur à mi-hauteur : 7 10^{-9} s.
3. Impédance de charge : peut être réduite à 2 Ω.
4. Amplitude de l'impulsion comprise entre 15 et 45 V pour une impédance de charge supérieure ou égale à 75 Ω ; et comprise entre 1 et 10 V pour une impédance de 2 Ω.
5. Fréquence de répétition déterminée par l'intensité de la source de polonium. Dans le montage réalisé, la source de 20 u. e. s. ($\simeq$ 15 μC) donne environ 400 impulsions par seconde.
6. Polarité positive.

Le compteur Rosenblum utilisé est un compteur classique comprenant 8 fils de tungstène, tendus à 1,2 mm d'une plaque horizontale en acier inoxydable. En l'absence de rayonnement α, la décharge « couronne » obtenue est telle que le courant d'ionisation collecté atteint plusieurs centaines de microampères. L'impulsion, ayant un temps de montée de l'ordre de quelques millimicrosecondes, est trop rapide pour que son amplitude dépende sensiblement de la valeur de la résistance R_0. On réalise alors un diviseur de capacité (*fig.* 3). Si l'on suppose $C_1 \gg C_0$, l'impédance de sortie est déterminée par la capacité C_1 et la résistance R_1 en parallèle, cette dernière étant nécessaire pour la répartition des potentiels. Le condensateur C_0 variable, dont la

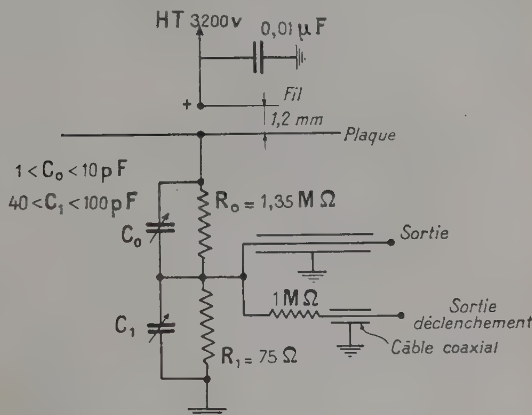


FIG. 3. — Schéma de principe du générateur d'impulsions Rosenblum.

capacité résiduelle doit être très faible et égale à une fraction de picofarad, est réalisé par deux plaques parallèles, à écartement variable, connectées aux bornes « plaque » et « sortie » par des fils très courts.

ÉTUDE DE L'IMPULSION. — Le signal est appliqué par l'intermédiaire de 20 m de câble coaxial (impédance 75 Ω) sur les plaques de déviation verticales d'un oscillographe cathodique « Tektronix » type 517, pour compenser le retard (environ 10^{-7} s) introduit par le circuit de balayage déclenché. La bande passante de l'ensemble constitué par la ligne de 75 Ω et le tube à rayons cathodiques, est telle

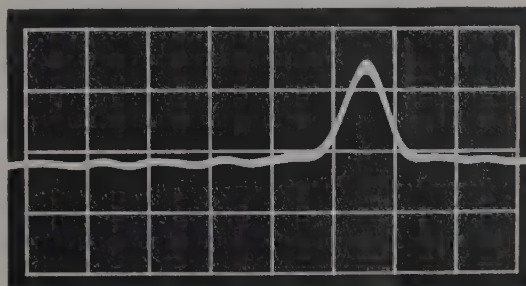


FIG. 4. — Impulsions du compteur Rosenblum.
Balayage : 10^{-8} s/carreau.
Sensibilité : 15 V/carreau.
Impédance de charge : 75 Ω.
C_1 = 40 pF.
C_0 = 1,5 pF.

qu'elle ne permet pas de déterminer avec précision le temps de montée réel de l'impulsion.

On obtient une mesure plus précise du temps de montée en mesurant l'amplitude à la sortie du compteur Rosenblum, lorsqu'une ligne coaxiale (75 Ω) court-circuitée, de longueur variable, est mise en parallèle. On trouve par cette méthode un temps de montée égal à $(2{,}5 \pm 0{,}2)\ 10^{-9}$ s (*fig.* 4).

3. **Temps de résolution du chronotron.** — Le chronotron décrit précédemment a été étalonné avec le générateur d'impulsions Rosenblum et la largeur à mi-hauteur de la courbe de résolution d'un canal a été trouvée égale en moyenne à $5 . 10^{-10}$ s (*fig.* 5*a*).

Un essai a ensuite été fait en détectant à l'aide de deux photomultiplicateurs RCA 6810 (cristal plastique polystyrène + Popop) les rayonnements β et γ émis (1) par ^{198}Au.

La largeur à mi-hauteur de la courbe de résolution a été trouvée égale à $2\ 10^{-9}$ s (*fig.* 5*b*). L'écart avec le résultat précédent est dû d'une part au fait que les impulsions des détecteurs ont une largeur de $2\ 10^{-8}$ s au lieu de 10^{-8} s avec le générateur Rosenblum, et d'autre part aux fluctuations statistiques dans les cristaux et les photomultiplicateurs.

Remarquons que ces résultats ont été obtenus sans amplificateurs distribués entre les phototubes et le chronotron, l'amplitude des impulsions étant dans nos expériences supérieure au seuil de 5 volts du chronotron. Avec des photomultiplicateurs radiotechnique 51 AVP et des rayonnements moins énergiques (surtout en formant les impulsions à 10^{-8} s), il est indispensable d'utiliser un amplificateur distribué (CRC AMP 95) de gain 8 entre détecteur et chronotron. Dans ce cas, on a réussi à diminuer le temps de résolution à $1{,}5\ 10^{-9}$ s.

Ce travail a été effectué au Laboratoire de Physique Nucléaire de l'Université de Grenoble sous la direction du Pr Bouchez qui nous a proposé ce sujet et que nous remercions pour ses encouragements et ses nombreuses suggestions. J. Duclos est reconnaissant au C. N. R. S. de lui permettre d'effectuer ces recherches et remercie le Pr Benoît de l'avoir guidé dans le domaine de l'électronique. Enfin, J. Fleury est reconnaissant au C. E. A. de lui permettre d'entreprendre cette étude.

(1) La période de transition de ^{198}Au est $\simeq 4 . 10^{-11}$ s qu'on néglige par rapport au temps de résolution du chronotron.

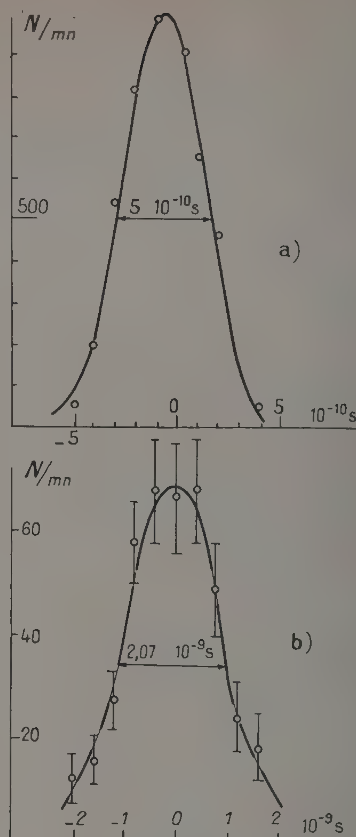


Fig. 5. — Courbes de résolution.
a) En utilisant le générateur d'impulsions Rosenblum.
b) En utilisant deux photomultiplicateurs : RCA 6810.

Manuscrit reçu le 19 février 1958.

RÉFÉRENCES

[1] O'Neil (G. K.), *Rev. Sc. Instr.*, 1955, **26**, 285.
[2] Bay (Z.), *Nucleonics*, 1956, **14**, 57.
[3] Rosenblum (S.), *J. Physique Rad.*, 1955, **16**, 159.
[4] Sahe (N.) et Nath (N.), *Nucleonics*, 1957, **15**, 94.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM
PHYSIQUE APPLIQUÉE

SUPPLÉMENT AU N° 4.
TOME 19, AVRIL 1958, PAGE 51 A.

SÉLECTEUR MÉCANIQUE POUR NEUTRONS LENTS

Par G. GOBERT et B. JACROT,
Section des Réactions Nucléaires à Basse Énergie, C. E. N., Saclay.

Résumé. — On décrit un sélecteur mécanique de neutrons lents. Ce sélecteur est constitué de deux rotors distants de 1 mètre, et faisant 1 mètre de diamètre, tournant à 6 000 tours/minute. La largeur de la raie obtenue est, dans les meilleures conditions, de 0,2 Å et la durée de l'impulsion des neutrons de 50 μs. Les problèmes mécaniques rencontrés lors de la construction sont analysés.

Abstract. — A mechanical selector of slow neutrons is described. It is constructed of two rotors (diameter 1 m) separated by 1 meter distance. The rotation speed is 6 000 r. p. m. The width of the line obtained is — in the best conditions — 50 μs. Mechanical problems encountered during the construction are analyzed.

Depuis quelques années, plusieurs groupes de physiciens [1] se sont attachés à l'étude de la diffusion inélastique des neutrons lents par les solides.

Le principe des expériences est d'envoyer, sur un échantillon de substance à étudier, des neutrons lents monocinétiques et de mesurer l'énergie des neutrons diffusés à un angle donné. Pratiquement, les neutrons incidents monocinétiques sont remplacés dans beaucoup d'expériences [2] par la partie d'un spectre maxwellien qui a traversé un filtre cristallin [3], de béryllium par exemple. Avec cette technique, on a un faisceau composé de neutrons de plus grande longueur d'onde qu'une certaine longueur d'onde caractéristique du filtre (3,95 Å pour le béryllium). Comme un spectre maxwellien décroît très vite avec la longueur d'onde, cette technique peut être utilisée. Cependant, pour avoir des expériences plus précises, il faut avoir un spectre beaucoup mieux défini en énergie. Ceci peut être fait à l'aide d'un spectromètre à cristal ; c'est la technique qu'utilise Brockhouse [1*e*]. On peut aussi utiliser un sélecteur mécanique [1*c*]. Le principe général est le suivant : un premier dispositif laisse passer un paquet de neutrons assez court en temps. Puis, à une certaine distance, un deuxième dispositif ne laisse passer que les neutrons de ce paquet ayant mis un temps donné pour parvenir au deuxième dispositif. On réalise ainsi un monochromateur travaillant par impulsions, qu'on peut donc associer à un système d'analyse par temps-de-vol. Nous avons construit un tel appareil en nous imposant les conditions suivantes : 1) largeur à mi-hauteur de la raie produite : 0,2 Å dans les meilleures conditions ; 2) grande facilité de changer la longueur d'onde transmise sans changer la largeur de la raie ; 3) durée de l'impulsion 50 μs à mi-hauteur dans les meilleures conditions.

Pour ceci, nous avons adopté un dispositif constitué par deux roues absorbantes tournant autour d'un axe horizontal et portant des fentes radiales. Les roues ont 1 m de diamètre et sont situées à 1 m de distance. Une boîte de vitesse de rapport 1/1 connecte les 2 roues et permet la variation de la longueur d'onde transmise.

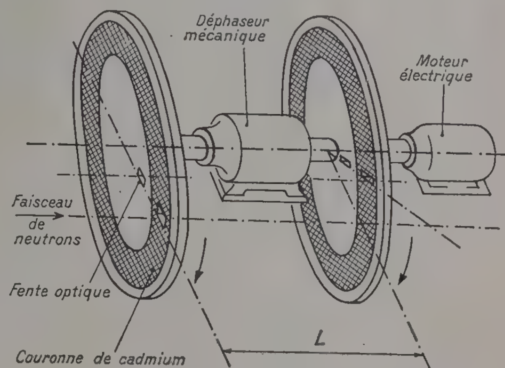


Fig. 1. — Schéma de principe du sélecteur mécanique.

La figure 1 donne le schéma de principe de cet appareil.

Nous décrivons successivement les diverses parties du sélecteur.

I. **Rotors.** — *a*) Description. — Chaque disque est en duralumin monté sur un noyau en acier constituant l'arbre. Le poids de chaque disque est de 135 kg. Entre les diamètres 720 et 940 mm, se trouve le logement d'une couronne de cadmium d'épaisseur 1,1 mm, rendue prisonnière par une couronne de même métal que le disque. Cette couronne de cadmium est percée de 8 fentes radiales (50 × 16 mm) dont le centre est au rayon de 420 mm. D'autre part, au rayon 250, et dans le plan radial défini par la première arête de chaque fente à neutrons, est percé un petit trou (3 × 0,16 mm) destiné à laisser passer un signal lumineux synchronisé avec le début de l'impulsion

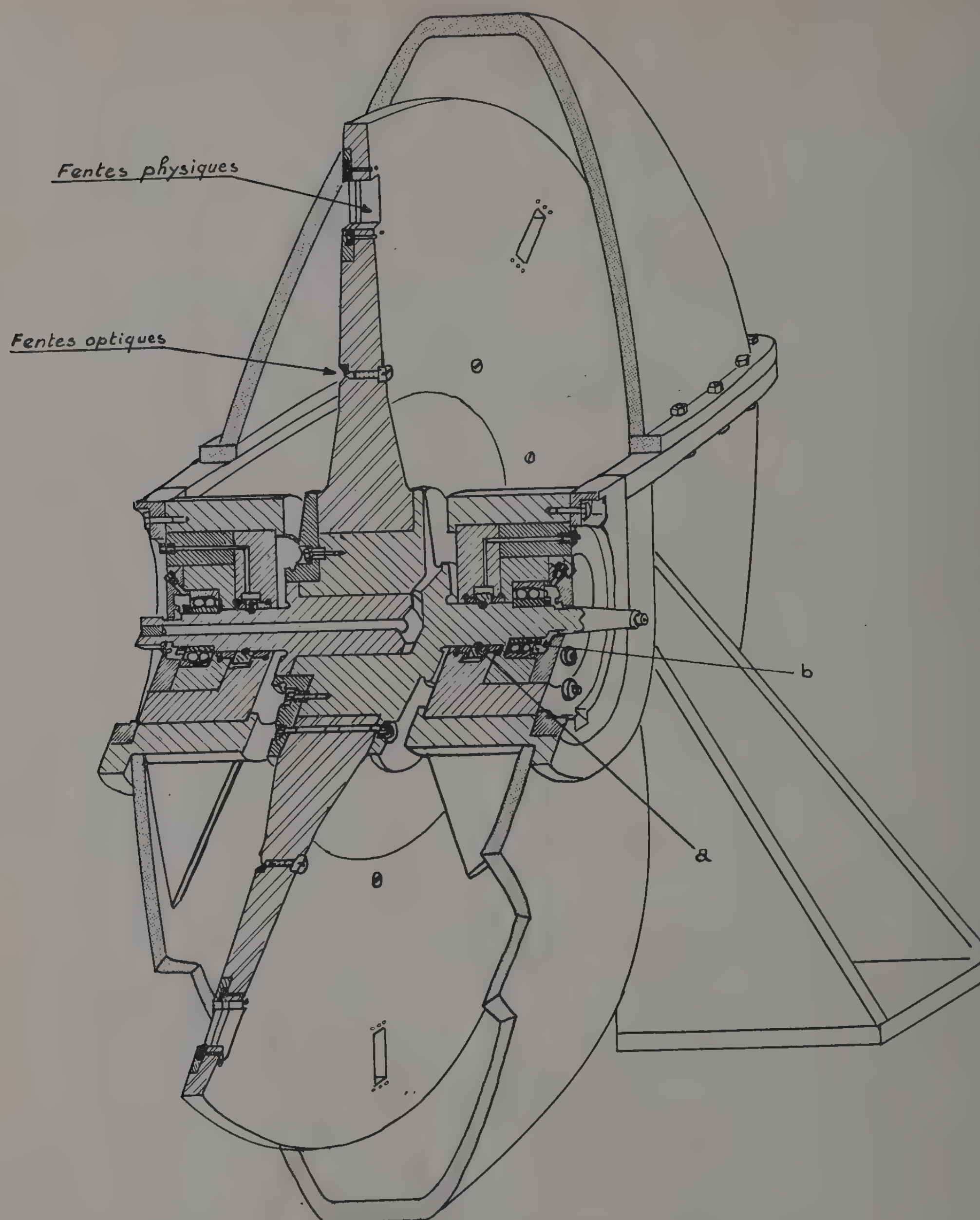


Fig. 2. — Coupe d'un rotor monté dans son enceinte étanche.
On voit le montage des joints tournants (a) et des roulements à billes (b).

des neutrons. La position de ce trou par rapport à la fente à neutrons est définie à quelques microns près.

Les signaux recueillis par un photomultiplicateur (EMI 6099) ont un temps de montée à 6 000 tours/mn de l'ordre de 1 micro-seconde.

Le tableau 1 donne les caractéristiques mécaniques des divers matériaux utilisés.

Ces rotors tournent dans deux carters à vide pour réduire la puissance consommée.

b) Résistance. — Le disque ayant des vitesses périphériques appréciables, nous avons déterminé un profil tel que le métal ait une répartition de contraintes acceptable.

Recherchant une forme facilement usinable,

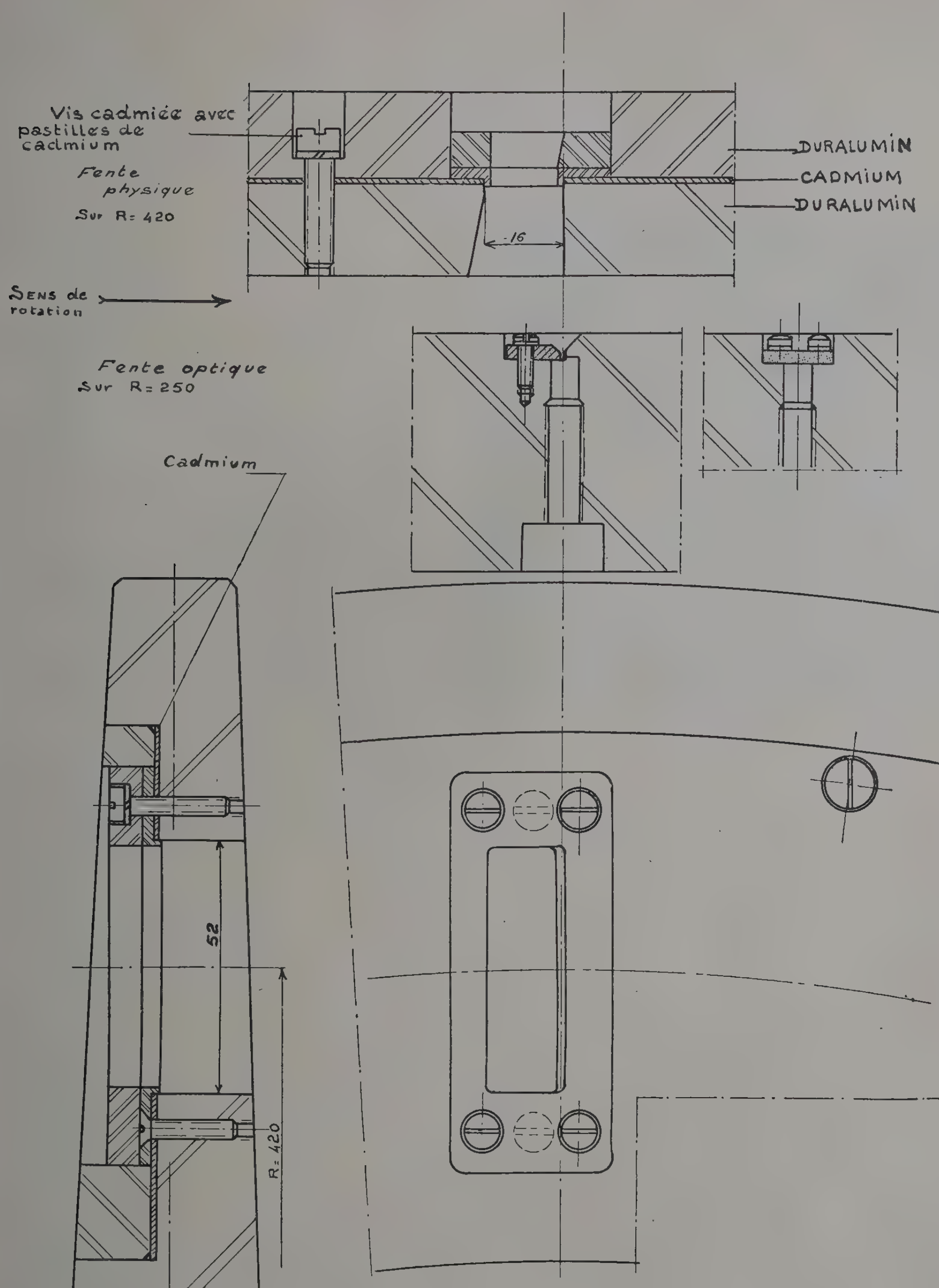


FIG. 3. — Schéma de montage des fentes optiques et des fentes à neutrons.

TABLEAU I

	Poids spécifique kg/dm³	Module kg/mm²	Limite élastique kg/mm²	Limite de rupture kg/mm²	Coefficient de Poisson
Rotors AU_4 G 1 vieilli	2,7	7 200	27	42	0,34
Moyeux acier XC 38 f	8	21 000	50	85	0,3
Visserie acier 30 NC	8	21 000	70	105	0,3



Fig. 4. — Photographie d'un rotor.

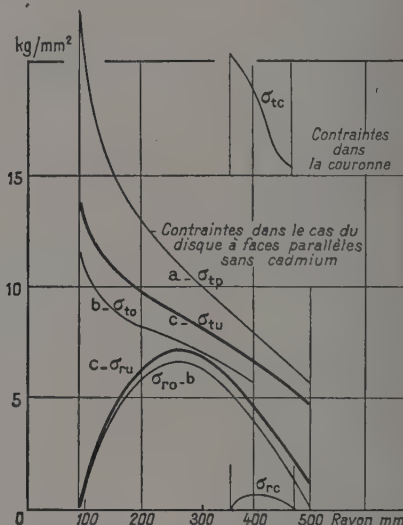


Fig. 5. — Courbes théoriques de répartition des contraintes à 6 000 t/minute :

a) disque plan homogène, courbes σ_{t_p} ;

b) disque profilé homogène, courbes σ_{t_0}, σ_{r_0} ;

c) disque profilé avec effet d'une couronne de cadmium, courbes σ_{t_u} et σ_{r_u}.

Ce dernier cas correspond aux rotors effectivement utilisés.

nous nous sommes inspirés du profil hyperbolique étudié par Stodola [4] pour les disques de turbines. Ceci étant, nous avons calculé la répartition des contraintes par la méthode graphique de Donath qui consiste à décomposer le disque en tranches successives d'épaisseur identique, et à étudier le comportement du métal aux lisières de chacune d'elles.

Les résultats ont été portés sur la figure 5 où sont représentées, pour la vitesse de 6 000 tours/mn et à différents rayons, les contraintes radiales σ_{r_u} et tangentielles σ_{t_u}.

A titre comparatif, nous indiquons par les courbes σ_{r_0} et σ_{t_0} les valeurs des contraintes dans le cas où le disque serait homogène, ne comportant ni cadmium ni couronne de serrage, ainsi que les valeurs σ_{t_p} pour le cas où le disque serait également homogène mais non profilé (disque plan). L'épaisseur (25 mm) étant faible par rapport au rayon, nous pouvons négliger les variations que peuvent présenter les tensions radiales et tangentielles sur l'épaisseur du disque.

Sur la même figure, nous avons tracé les courbes σ_{r_c} et σ_{t_c} des contraintes radiales et tangentielles propres à la couronne. Comme nous avons admis des valeurs relativement élevées dans notre détermination des contraintes initiales, nous avons ajouté l'effet de cette couronne à celui produit par le cadmium. Pour cette détermination des valeurs initiales, nous avons considéré deux cas :

1° Valeur de la pression spécifique produite par le cadmium dans son logement, plus pression produite par la couronne supposée déformée. La valeur de la contrainte initiale qui s'ensuit a été supposée appliquée à la périphérie pour la détermination du profil d'un disque sans cavité.

2° Détermination des contraintes initiales au rayon 360 mm (rayon intérieur de la cavité) en tenant compte d'un effet de jante sur la section de maintien avec tous les effets produits par l'ensemble constitué par la jante, la couronne et le cadmium. Les valeurs de contraintes à ce rayon dans les deux cas ne diffèrent que de 5 %. L'usinage de ce disque a été exécuté par la Société RATIER à Montrouge suivant les mêmes méthodes que

celles utilisées pour les hélices d'avions : on commence par un forgeage du disque avec son profil, suivi d'une ébauche sur machine. Avant d'aborder les autres phases de cet usinage, les disques ont subi un vieillissement artificiel par variation de température dans des ambiances différentes. Sans changer les caractéristiques du métal, cette stabilisation diminue considérablement les tensions internes et évite toutes les déformations dues aux usinages et aux variations de température de l'atmosphère auxquelles peuvent être exposés par la suite les rotors.

Cette méthode nous a permis, après montage sur la machine, de constater à la périphérie des voiles n'excédant pas $\pm$ 2/100 de mm.

c) Mesures pratiques. — Il était essentiel de vérifier que les contraintes expérimentales ne dépassaient pas celles calculées car nous avons adopté un coefficient de sécurité de 2. Ces mesures de contraintes ont été effectuées au Centre d'Essai des Moteurs et Hélices de Saclay (C. E. M. H.) par MM. Le Meur et Darricaud.

La mesure des contraintes statiques produites par les effets précédemment cités a été exécutée au moyen de jauges extensométriques du type AOIP 600 Ω (18 b 25) fixées avec de la colle

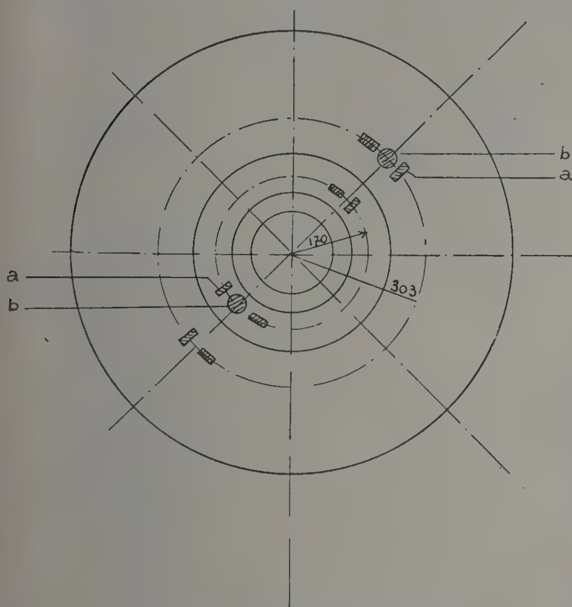


Fig. 6. — Schéma de montage des jauges de contraintes. A chaque jauge de mesure (a) est associée une jauge de compensation (b).

Durofix. Les éléments résistants ont été placés aux rayons 170 et 303 mm. L'orientation des jauges au collage permettait la mesure des contraintes tangentielles et radiales ; elles ont été jumelées de façon à pouvoir obtenir des recoupements pendant les essais.

Pour chacune de ces jauges, le facteur de sensibilité est $K = \frac{\Delta R}{R} \Big/ \frac{\Delta L}{L} = 2{,}1$ où $\frac{\Delta R}{R}$ et $\frac{\Delta L}{L}$ sont les variations relatives de la résistance et de la longueur. Les difficultés d'une telle mesure sont les suivantes :

1) Elle doit s'effectuer en régime dynamique, c'est-à-dire pendant la rotation de la pièce expérimentée. Ceci oblige à faire passer le circuit électrique de mesure par un collecteur, organe délicat qui doit être de très bonne qualité et où le frottement des balais et les variations des résistances de contact peuvent avoir des conséquences importantes.

2) L'influence de l'humidité et de la température sur la résistance de la jauge doit être compensée en plaçant sur le même rayon que les jauges de mesure des jauges témoins montées sur des plaquettes intermédiaires et soumises à aucun effort. Ces dernières se trouvent ainsi dans les mêmes conditions (vitesse périphérique, frottement sur l'air résiduel, température) que les jauges de travail.

Les résultats pratiques ont été reportés sur la

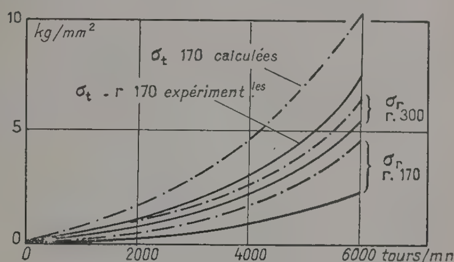


Fig. 7. — Résultats expérimentaux des mesures de contraintes (décembre 1956). On voit que les contraintes effectives sont toujours inférieures à celles calculées.

figure 7 et traduisent un niveau de contraintes effectives inférieur de 20 % environ à celui obtenu par le calcul.

d) Équilibrage. Vitesses critiques. — La vitesse critique la plus basse de chaque rotor a été déterminée à partir du calcul de la flèche statique. Cette flèche est de 3,75 microns. La vitesse critique correspondante est de 15 400 tours/mn, ce qui est bien au-dessus de la vitesse de rotation utile.

Par ailleurs, chaque disque a été équilibré statiquement, puis dynamiquement. L'équilibrage dynamique a été fait au C. E. M. H. sur une machine Biring à une vitesse de 400 tours/mn. La précision obtenue est de 5 g/cm. Les corrections ont été faites par meulage du flan du disque.

Les fentes à neutrons peuvent être obturées par paires de fentes opposées. Ceci a imposé un con-

trôle très strict de l'identité en poids des pièces d'obturation.

II. **Accouplement. Boîte de vitesse.** — La liaison des rotors doit être assurée de façon rigide, afin d'assurer une constance de déphasage entre les deux rotors. Pour cela, nous avons solidarisé les roues par un système à engrenages de résistance mécanique élevée et de haute précision. Nous avons accouplé les roues à ce transmetteur à engrenage par des accouplements du type « Comelor-Fougerolles » constitués de plateaux à denture extérieure montés sur les arbres et de coquilles à denture intérieure assurant la transmission du mouvement. Ces accouplements ont été équilibrés avec une machine « GISHOLT » du C. E. M. H. avec une précision de 1 g/cm. A l'arrêt, l'ensemble accouplé présente un écart angulaire maximum de 1 degré dû aux jeux. En rotation, ces jeux n'ont presque aucun effet et le déphasage reste stable à environ 1 μs près si la vitesse de rotation de moteur reste constante dans le domaine d'utilisation de la machine.

Le transmetteur à engrenage (construction Maag à Courbevoie, Seine) permet de faire varier à n'importe quelle vitesse l'angle de phase, en composant un vecteur lent, à un planétaire intérieur, avec les vecteurs de rotation continue (*fig.* 8). Ce mouvement auxiliaire est obtenu par un moteur à courant continu, entraînant un réducteur. Le réducteur est une application particulière du train de Peckeur [2]. Ce moteur peut également être alimenté par un stabilisateur électronique de phase construit par M. Eisenberg, qui a pour effet de maintenir la phase constante même si la vitesse des rotors varie. Ceci est utile car cette vitesse fluctue de ± 1 % avec le temps.

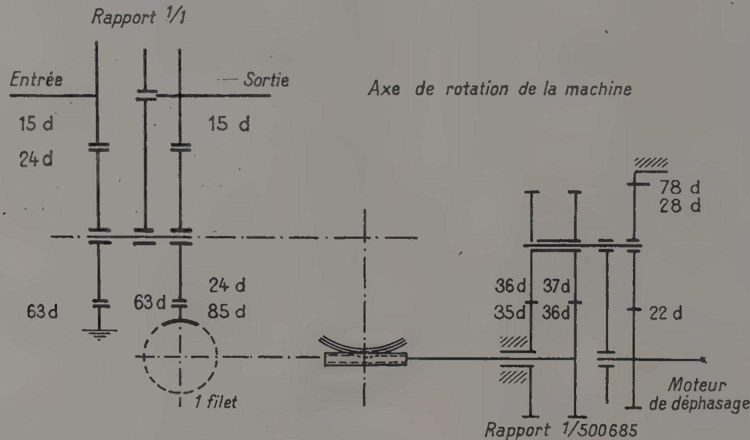


Fig. 8. — Schéma de principe du système d'accouplement des deux rotors.

III. **Bâti.** — 1) Le bâti de cette machine est constitué d'une plate-forme en tôle soudée croisillonnée et dont les longerons principaux sont en profilés I de 140 mm de hauteur. Cette plate-forme de 920 kg est montée par l'intermédiaire de vérins hydrauliques sur des supports roulants indépendants.

Les enceintes des rotors sont faites par un assemblage de fonds emboutis usinés de 2 cm d'épaisseur et de 1,20 m de diamètre, la partie convexe est extérieure. Ces enceintes sont liées à la plate-forme par des vérins à vis, ceci afin de permettre l'alignement des axes.

IV. **Puissance d'entraînement. Système de vide.** — Cette puissance doit vaincre : 1) les frottements purement mécaniques ; 2) les frottements du disque sur l'air résiduel ; 3) les forces d'inertie et assurer un démarrage progressif.

Cette puissance doit être réglable et permettre d'obtenir plusieurs vitesses continues ; pour cela,

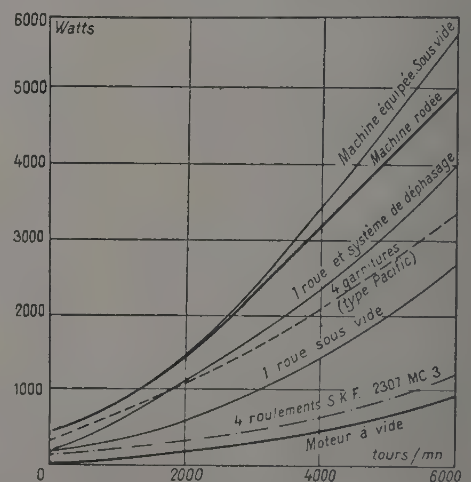


Fig. 9. — Puissance absorbée par les divers éléments de la machine en fonction de la vitesse de rotation (novembre 1956).

nous avons choisi un ensemble Ward-Leonard. Le moteur d'entraînement des rotors de 6 kW assure un démarrage en 1 heure avec une grande résistance aux échauffements.

Pour chaque rotor, l'inertie est sensiblement 1,25 kgm/s². Un couple de 0,4 m.kg et une puissance de 3,5 ch sont donc nécessaires. Pour vérifier nos prévisions énergétiques et connaître aussi parfaitement que possible les puissances de frottement, nous avons procédé à une série d'essais dont les résultats sont portés figure 9. Pour ce qui concerne les frottements sur l'air, nous avons porté figure 10

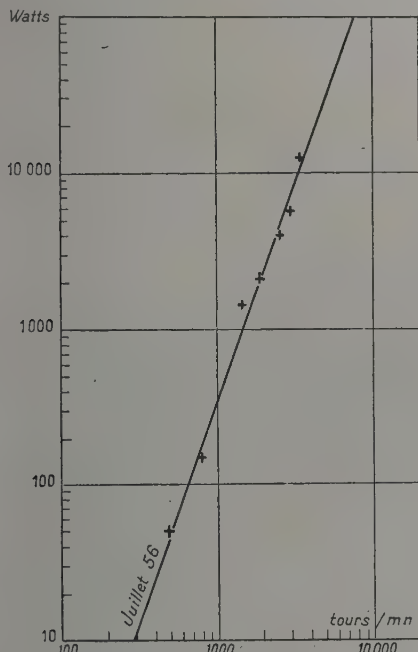


FIG. 10. — Puissance consommée par un rotor tournant à l'air libre, en fonction de la vitesse de rotation.

les résultats de nos essais de juillet 1956, effectués à l'air libre, de 500 à 3 500 tours/mn. Ces essais concernent un seul rotor. Afin d'éliminer ce frottement, nous avons monté chaque rotor dans une enceinte de 250 dm³ de capacité où le vide dynamique est obtenu par une pompe à palettes de 38 m³ de débit aux pressions ordinaires.

En fonction de la pression, nous avons tracé, pour deux vitesses, les courbes de puissance sur la figure 11. Ces résultats montrent qu'un vide de quelques millimètres de mercure est suffisant. Dans ce cas, l'étanchéité est assurée par un système de joints tournants du type PACIFIC, composé d'un grain en acier stellité rectifié, tournant avec l'arbre et frottant sur deux grains fixes en carbone (vicarb). L'épaisseur de la partie frottante est de 4 mm. La fibre moyenne de cette partie frottante a une vitesse de 15 m/s.

La lubrification de ce système est assurée par une circulation d'huile Shell turbo 3 à 4° Engler avec un débit de 1 l/mn ; cette huile entretient le film et évacue les calories en passant dans un bac de 15 litres refroidi par l'eau circulant dans un serpentin. La température des paliers est ainsi stabilisée aux environs de 60°.

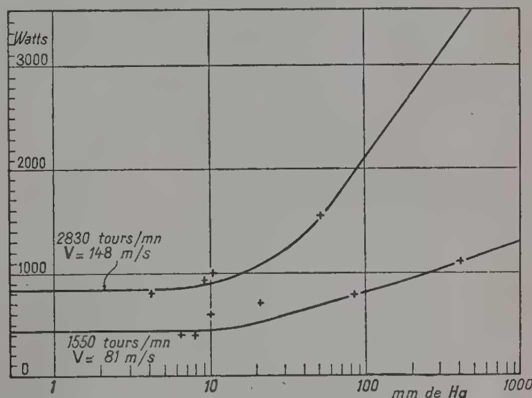


FIG. 11. — Variation de la puissance consommée en fonction de la pression dans les enceintes où se trouvent les rotors. La distance entre un rotor et les parois de son enceinte sont comprises entre 50 et 100 mm.

A l'extérieur de cet ensemble, se trouvent les roulements à billes en contact avec l'air et lubrifiés par un dispositif à vapeur d'huile SKF fonctionnant avec une pression d'air comprimé réglée de 300 à 500 grammes.

V. **Circuits électriques.** — L'appareillage électrique est composé principalement des dispositifs nécessaires à l'alimentation automatique du moteur d'entraînement.

Le groupe Ward-Leonard exécute les ordres émis d'un pupitre de commande, par l'intermédiaire d'un jeu de relais.

Le groupe principal comprend une excitatrice, alimentant, sous une tension continue de 120 volts, les inducteurs du moteur, de la génératrice et du moteur de déphasage. Le démarrage du moteur s'effectue sous tension variable obtenue par court-circuit mécanique des résistances montées en série dans le circuit inducteur de la génératrice.

Sur la planche 12, figurent schématiquement toutes ces opérations, ainsi que les circuits annexes, lesquels sont : circuit de pompe à huile asservissant la machine ; circuit de pompe à palettes ; circuit de commande du moteur de déphasage avec stabilité automatique.

D'autre part, des dispositifs de sécurité assurent l'arrêt de la machine en cas d'échauffement d'un des paliers ou d'accroissement d'intensité dû à une augmentation de puissance consommée correspondant à un défaut mécanique.

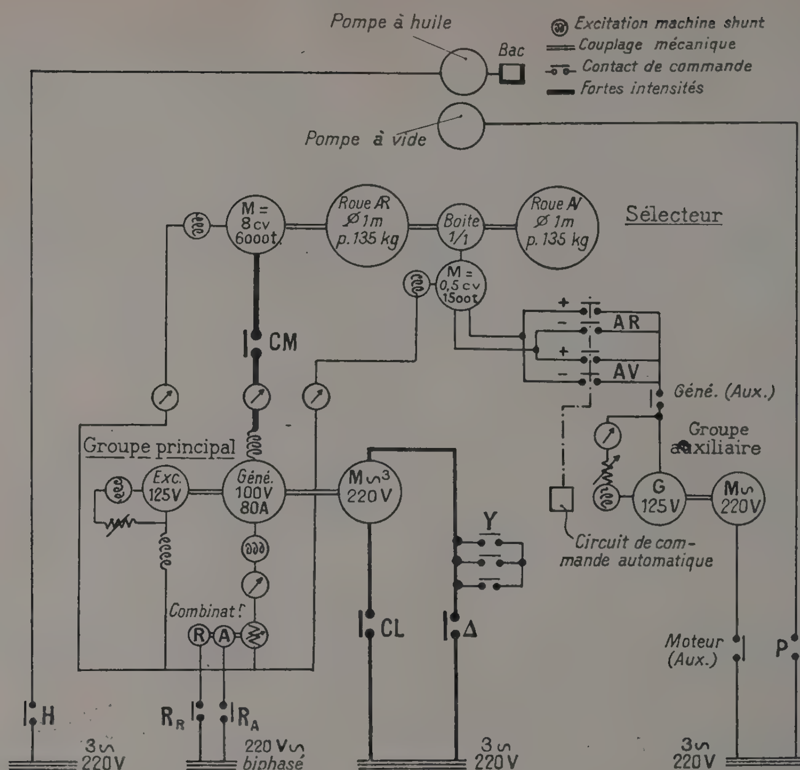


Fig. 12. — Schéma des circuits électriques des machines assurant le fonctionnement du sélecteur.

VI. **Vibrations de la machine.** — Les premiers essais avec la machine ont fait apparaître l'existence d'un maximum accentué du niveau des vibrations de la machine à une vitesse voisine de 6 000 tours/mn, vitesse normale d'utilisation. La figure 13 montre la variation de l'amplitude des vibrations avec la vitesse de rotation. Ces vibrations sont détectées et mesurées avec un capteur Philips PR 9260 placé sur une des cloches à vide (côté moteur). Cette cloche jouant un rôle d'amplificateur, les amplitudes ainsi mesurées sont plus importantes que celles des vibrations existant dans les paliers. Diverses courbes ont été tracées en variant la position du capteur. Elles gardent l'allure générale quelle que soit la position du capteur. Elles sont toutes caractérisées par trois pics principaux vers 1 500, 3 000 et 6 000 tours/mn. Les fréquences de ces vibrations correspondent essentiellement à la vitesse de rotation.

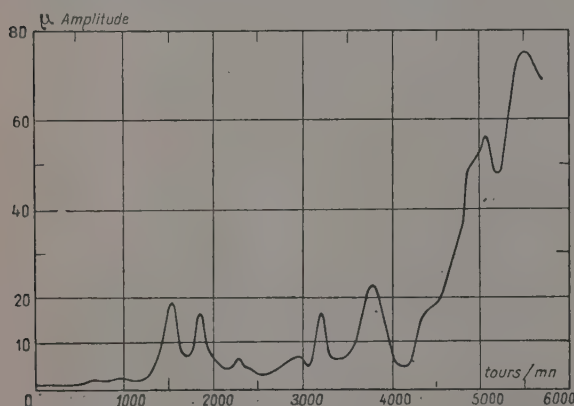


Fig. 13. — Amplitude des vibrations mesurées sur une des enceintes à vide (côté moteur). Les vérins sont en position extrême basse (sans huile).

Une étude systématique a été entreprise pour rechercher l'origine de ces vibrations. Les maximums observés ne peuvent correspondre à des vitesses critiques des rotors, car ces vitesses critiques ont des valeurs bien supérieures à celles correspondant aux vitesses de rotation. Ceci a été confirmé par le fait qu'une amélioration de l'équilibrage dynamique des rotors et accouplements est sans action sur les vibrations. On a de même vérifié que le moteur n'avait pas de vitesse critique dans le domaine de vitesse utile. Il semble donc bien que l'on soit en face des résonances du bâti de la machine. Ceci a été vérifié par la mesure de la réponse du bâti à des excitations artificielles de fréquence variable.

L'élimination de ces résonances du bâti semble difficile car il est difficile de changer la rigidité du système. Deux choses ont alors été faites : *a*) calage soigné de la machine pour éviter toute oscillation d'ensemble du bâti ; *b*) amortissement des vibrations, en faisant reposer la machine sur des vérins hydrauliques. Une mince couche d'huile suffit à l'amortissement. Les résultats obtenus sont résumés par la courbe de la figure 14. Le niveau moyen

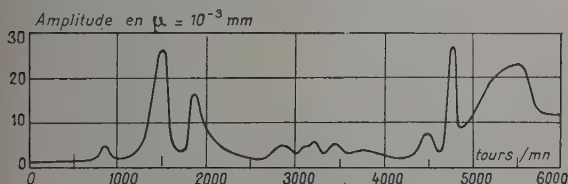


Fig. 14. — Amplitude des vibrations, les vérins étant sous pression. La différence entre les figures 12 et 13 fait apparaître l'effet de l'amortissement.

de vibration ainsi obtenu est satisfaisant surtout si l'on tient compte du fait que le niveau effectif est beaucoup plus faible sur les paliers.

Prochainement, des essais seront effectués pour changer la rigidité du bâti.

Conclusions. — Le montage et les essais principaux ont été terminés en mars 1957.

Certains éléments ont subi quelques mises au point, principalement : les garnitures tournantes d'étanchéité fournies par la Société PACIFIC ; les roulements à billes, oscillants à double rangée, du type SKF à cages en acier embouti, ont été remplacés par des roulements SKF de fabrication suédoise, à cages massives en bronze.

Les mesures des vibrations ont mis en évidence l'intérêt du montage sur vérins hydrauliques, mais l'expérience a montré que leur fidélité de réglage avec le temps n'est pas certaine ; actuellement, un système permettant d'obtenir les mêmes caractéristiques dynamiques que celles des vérins, mais conservant de manière rigoureuse la position dans l'espace, de la machine, est à l'étude.

L'appareil installé à la sortie d'un canal de la pile EL 2 depuis mars 1957 a donné toute satisfaction, montrant qu'un tel système à deux rotors liés mécaniquement est parfaitement viable. Par

Fig. 15. — Vue d'ensemble de la machine.

rapport à un spectromètre à cristal, ce système présente une moins bonne résolution, mais une intensité plus forte. Le choix entre les deux techniques dépend du type de l'expérience envisagée.

Nous tenons à remercier le C. E. M. H. pour toute l'aide apportée dans les mesures (mesures des contraintes, équilibrage et vibrations) et par les fructueuses discussions que nous avons eues en particulier avec MM. Chaudron, Darricaud et Platzer.

Manuscrit reçu le 23 janvier 1958.

BIBLIOGRAPHIE

[1] *a*) Carter (R. S.), Palevsky (H.) et Hughes (D. J.), *Phys. Rev.*, 1957, **106**, 1168.
b) Pelah (I.), Eisenhauer (C. M.), Hughes (D. J.) et Palevsky (H.), *Phys. Rev.*, 1957, **108**, 1091.
c) Jacrot (B.), *C. R. Acad. Sc.*, 1955, **240**, 745.
d) Brockhouse (B. N.) et Stewart (A. T.), *Phys. Rev.*, 1955, **100**, 756.
e) Brockhouse (B. N.), *Canad. J. Phys.*, 1955, **33**, 889.
Cette liste n'est pas exhaustive.
Voir aussi :
f) Comptes rendus de l' « International Conference on current problems of crystal physics », M. I. T., July 1957, A paraître dans *Phys. Rev.*
g) Comptes rendus de la Conférence de Stockholm, octobre 1957, sur les neutrons et la physique du solide. A paraître, permettront de connaître les derniers travaux effectués dans les laboratoires de Brookhaven, Chalk-River, Harwell, Saclay et Stockholm.
[2] Palevsky (H.), *Ned. T. Natuurk.*, 1957, **23**, 249.
On pourra se référer à la plupart des travaux utilisant cette technique.
[3] Hughes (D. J.), Pile Neutron Research, Addison-Wesley, 1953.
[4] Stodola, Die Dampf Turbinen, 1924
[5] Henriot, Traité théorique et technique des engrenages, Dunod, Paris, 1950.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM
PHYSIQUE APPLIQUÉE
SUPLÉMENT AU N° 4.
TOME 19, AVRIL 1958, PAGE 61 A.

INSTALLATION D'UN DISPOSITIF D'IRRADIATION POUR 1 KILOCURIE DE RADIOCOBALT

Par MARC LEFORT et XAVIER TARRAGO,
avec la collaboration technique de M. VIAUX
Laboratoire de Physique Nucléaire de la Faculté des Sciences de Paris à Orsay

Résumé. — On décrit les dispositifs d'irradiation et de protection installés pour recevoir 1 kilocurie de radiocobalt, destinés à des recherches sur les effets chimiques des rayonnements γ et sur les réactions photonucléaires. Les échantillons de cobalt radioactifs sont placés dans six petits cylindres fixes disposés selon un anneau enrobé dans un tambour de plomb. Les diverses possibilités d'irradiation sont décrites et on indique les doses intégrales par heure en diverses positions.

Abstract. — Design of a kilocurie ^{60}Co gamma ray source is described. Irradiation facilities are given both for research on radiation chemistry and photonuclear reactions. Cobalt samples were placed in six small cylinders in a lead drum. Dose-rates are indicated for various exposure chambers. The volume of the central exposure chamber is of 1 000 cc and the integral dose rate is of 2.10^8 rads. kilog/hour. Tubes or electrical leads connected to external apparatus can easily be introduced with the sample.

L'utilisation du radiocobalt pour l'étude des effets des rayonnements gamma est de plus en plus répandue [1]. Un dispositif pouvant recevoir 1 kilocurie vient d'être installé au Laboratoire d'Orsay dans le double but de poursuivre des recherches sur les effets chimiques des rayons γ sur diverses solutions, gaz ou solides, et de permettre l'étude de certaines réactions nucléaires.

I. **Sources de rayonnement et protection.** — L'activité totale est répartie dans six petits cylindres de laiton contenant des disques de radio-

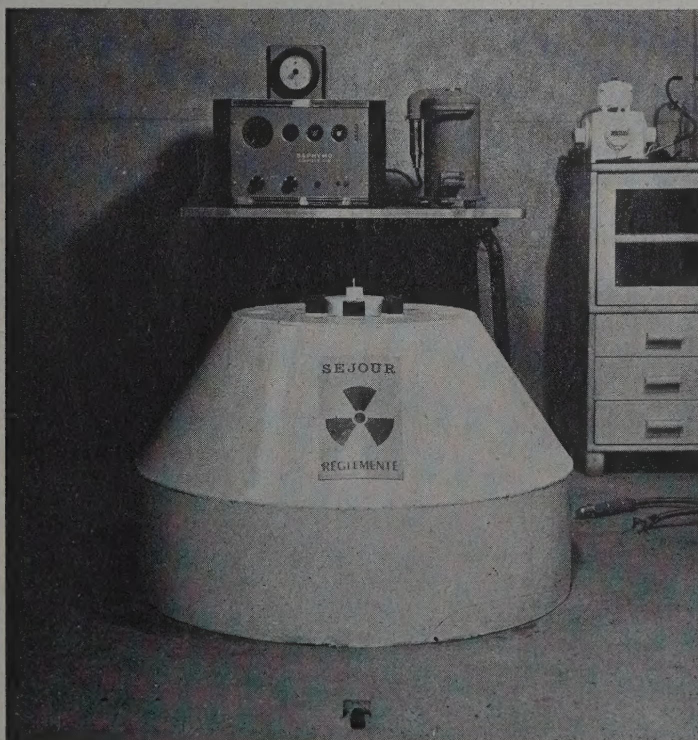


FIG. 1. — Vue de la protection, le dispositif de levage des cylindres étant dégagé sur le côté.

cobalt de 120 à 135 curies fournis par le centre de l'énergie atomique britannique. Ces cylindres de 19 mm de diamètre et de 25 mm de hauteur sont surmontés d'un petit champignon de laiton facile à saisir au moyen de pinces à distance au moment du transfert depuis les récipients de transport à l'installation définitive [1]. Les sources ont été introduites à l'intérieur d'une protection de plomb placée sur un socle de béton lourd dans un bâtiment léger spécialement étudié pour l'installation du radiocobalt. Le plomb antimonieux a été coulé dans une forme cylindrique en tôle de 5 mm d'épaisseur, de diamètre 90 cm et de 55 cm de hauteur (*fig.* 1). Des canaux verticaux de diverses dimensions avaient été ménagés soit pour recevoir les sources en six positions réparties annulairement autour d'un cylindre de 8 cm de rayon, soit pour faire coulisser des cylindres contenant des chambres d'irradiation. Les parois des tubes de laiton constituant ces canaux ont été étamées de façon à obtenir une adhésion parfaite du plomb qui a été coulé avec des précautions spéciales pour éviter les retraits et la formation de bulles. Cet ensemble de 3 tonnes repose sur un socle de béton lourd. Le béton lourd a été coulé dans un montage en tôle comprenant des gaines d'accès en laiton (*fig.* 2).

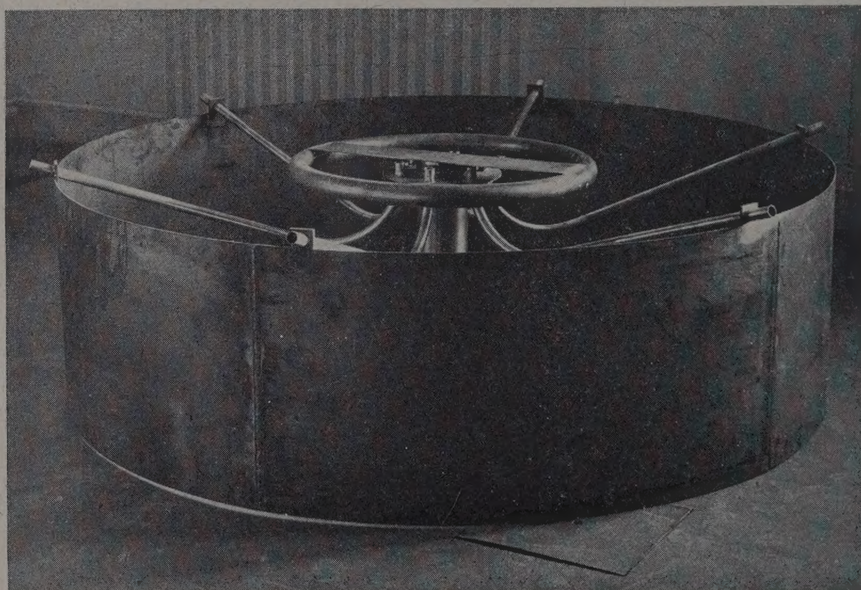


FIG. 2. — Montage noyé dans le béton lourd permettant de l'extérieur le guidage des sources.

Ce montage ménageait au centre un puits central cylindrique de 10 cm de diamètre et de 25 cm de profondeur et six tuyaux venant déboucher avec la précision la plus grande possible, sous l'emplacement des six sources radioactives permettant de les atteindre de l'extérieur sans modification de la protection. Un demi boudin torique en plomb s'enfonce dans le béton et protège ainsi contre le rayonnement qui pourrait être diffusé horizontalement entre le béton et le plomb.

II. **Dispositif d'irradiation.** — Les six sources sont placées dans six canaux verticaux fermés vers le bas par 10 cm de plomb et vers le haut par des carottes de 40 cm de long, amovibles et soigneusement ajustées pour limiter au maximum les fuites de rayonnement. Ces carottes peuvent être remontées à distance et les sources habituellement fixes peuvent être occasionnellement poussées vers le haut grâce à des flexibles placés dans les gaines qui traversent le béton lourd.

On peut irradier en introduisant les échantillons dans des cylindres de différents types qui coulissent dans les canaux ménagés dans le plomb (*fig.* 3). 1° Au centre de l'anneau formé par les six sources coulisse un cylindre central dans lequel on peut irradier un volume d'environ 1 litre. 2° Entre les sources sur le même cercle et sur un cercle de plus grand diamètre peuvent être introduits des échantillons de quelques cm³. 3° Enfin on peut dans certaines circonstances découvrir un faisceau vertical de rayons γ irradiant en dehors de la protection.

1° Le cylindre central de 83 cm de haut et de 9 cm de diamètre est un tube comportant une niche de 20 cm de haut placée entre deux parties en plomb de 30 cm d'épaisseur. En position d'irradiation la chambre centrale est placée au niveau des sources et la partie inférieure en plomb pénètre

[1] Nous remercions M. Cottin qui nous a aidé pour cette installation délicate.

dans le trou pratiqué dans le socle de béton. Pour placer les objets à irradier on soulève le cylindre jusqu'à l'affleurement de la chambre d'irradiation au-dessus du château de plomb, et la partie de plomb inférieure arrête le rayonnement. On peut placer des volumes d'environ 1 litre dans cette chambre d'irradiation. Le passage de canalisations ou de fils électriques à travers le bouchon de plomb supérieur a été prévu. On peut ainsi placer un thermostat, ou un vase Dewar et irradier à température constante ou à basse température avec une dose relativement uniforme.

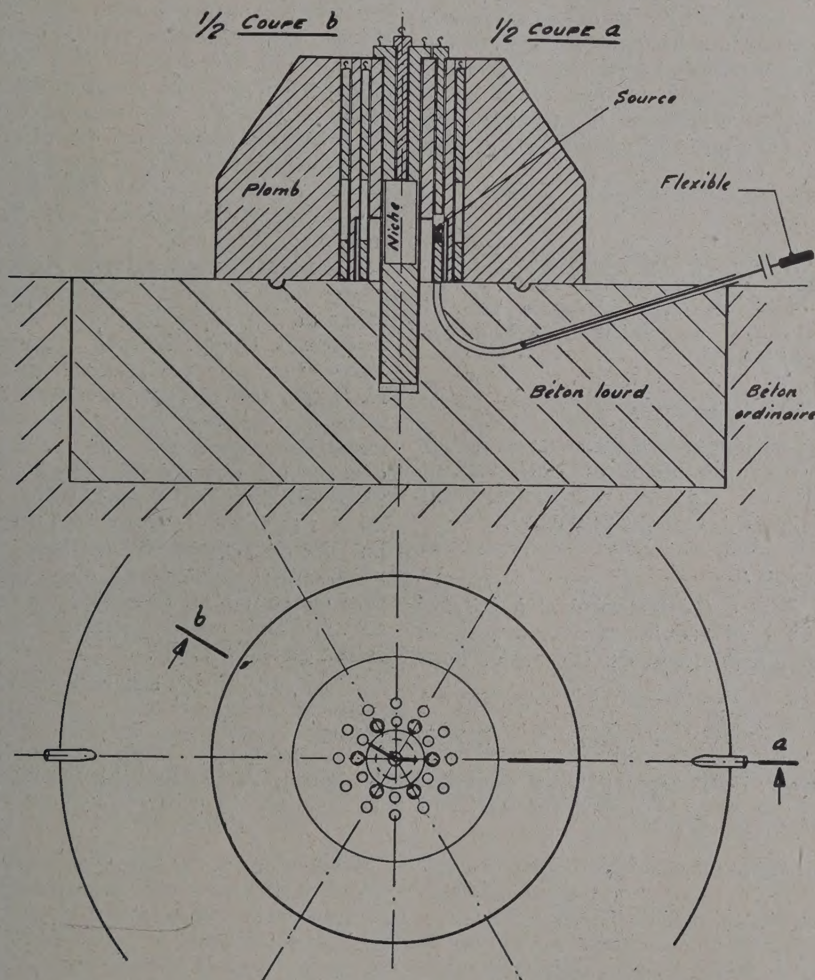


Fig. 3. — Coupes et vue de dessus de l'installation.

2° Des cylindres analogues au cylindre central mais de diamètre très inférieur (16 mm intérieur) permettent de descendre au voisinage des sources, des objets de volume plus faible où ils sont soumis à des doses élevées. Six de ces cylindres ont des positions intercalaires entre les tubes contenant les sources. Douze sont placés plus à l'extérieur où les doses reçues sont plus faibles.

3° Nous avons également pensé pouvoir utiliser le faisceau de rayons γ provenant d'une source de radiocobalt placée au fond de son puits dans lequel on a enlevé le bouchon de protection. Ceci permet de nombreuses expériences aussi bien physico-chimiques que physiques. Des secteurs de plomb sont placés autour du trou contenant la source avant relèvement du bouchon. On remonte ensuite à distance ce bouchon au moyen d'un câble passant sur une poulie et on fait glisser horizontalement l'objet à irradier jusqu'au-dessus du trou par une fenêtre ménagée dans le château. On peut ainsi placer dans le faisceau une cellule potentiométrique ou polarographique, un scintillateur ou tout autre appareil solidaire d'un ensemble que l'on ne veut ni détacher ni irradier. La position même de la

source de cobalt peut être ajustée à diverses distances de la sortie du tube grâce aux gaines qui coulissent dans les six canaux coulés dans le béton.

III. **Dosimétrie et efficacité de la protection.** — La dosimétrie chimique a été faite avec des solutions de sulfate ferreux 10^{-3} M dans l'acide sulfurique 0,8 N [2]. Les ions ferriques formés ont été dosés par spectrophotométrie à 304 mμ en prenant des coefficients d'extinction compris entre 2 094 et 2 180 selon les variations de température de 20 °C à 25 °C. On a pris 15,6 équivalents oxydés par 100 eV [3].

a) *Cylindre central :*

La dose est répartie de façon uniforme à 15 % près dans un rayon d'environ 4 cm et sur 10 cm de hauteur. Le débit de dose intégrale pour 1 litre est de l'ordre de 2.10^8 rads.kg/heure ($10{,}2 . 10^{21}$ eV/kg/heure).

b) *Positions entre les sources :*

Pour les six positions intercalaires entre les six sources on a trouvé un débit de dose variant entre $1{,}40.10^5$ et $1{,}6.10^5$ rads/heure, soit $8{,}7 \pm 0{,}1.10^{18}$ à $9{,}6 \pm 0{,}10^{18}$ eV/g/heure.

c) *Cercle extérieur :*

Le débit de dose a été trouvé égal à $3{,}3.10^4$ rads/heure, ou à $1{,}4 . 10^4$ rads/heure selon la position des canaux dans l'alignement des sources ou dans les intervalles.

Mesures de protection. — Des mesures concernant les doses reçues à l'extérieur du dispositif ont été faites par le service de protection du laboratoire. La dose varie entre 0,08 mr/heure et 12,5 mr/heure suivant les différents points de la surface du château de plomb. Au moment de la mise en place des objets à irradier dans un canal central elle est de 125 mr/heure juste au-dessus du canal. A 50 cm, la dose est de 0,08 à 0,16 mr/heure. Un séjour prolongé y est possible, étant donné que la dose permissible actuellement admise est de 7,5 mr/heure. Nous avons vérifié que des appareils ordinaires de comptage β et γ (tube Geiger-Muller) pouvaient être installés dans la pièce même du radiocobalt et que le mouvement propre est d'environ 30 coups minute.

Monsieur Joliot a autorisé l'installation de cette source dans un local spécial des nouveaux laboratoires de Physique Nucléaire de la Faculté des Sciences à Orsay. Nous le remercions vivement. Nous sommes particulièrement redevables à M. Desgranges de tous les conseils techniques qu'il nous a prodigués pour l'exécution d'une autre installation de radiocobalt au laboratoire Curie, conseils qui ont été très utiles pour élaborer les plans du dispositif actuel. Nous adressons également nos remerciements au bureau d'étude et à l'atelier du Laboratoire à Orsay où l'appareillage a été entièrement réalisé, et au Service de protection dirigé par M. Bonet-Maury qui a contrôlé et surveillé avec soin le personnel chargé de l'installation du radiocobalt.

Manuscrit reçu le 5 mars 1958.

BIBLIOGRAPHIE

[1] *Voir par exempte :* HOCHANADEL (C. J.) et GHORMLEY (J. A.), *Rev. Sc. Instr.*, 1951, **22**, 473. COTTIN (M.), *J. Chim. Phys.*, 1956, **53**, 903.

[2] FRICKE (H.) et MORSE (J.), *Phil. Mag.*, 1929, **7**, 129.

[3] HOCHANADEL (C. J.) et CHORMLEY (J. A.), *J. Chem. Phys.*, 1953, **21**, 880.

Le Gérant : MAURICE BLONDIN. — Dépôt légal : 2e trim. 1958. — Imp. TAFFIN-LEFORT, à Lille (France).